Prof. Dr. Matthias Lesch
Dr. Boris Vertman

Sommersemester 2009

1. Übung Globale Analysis I

Due 24. April 2009, at the beginning of class.

Aufgabe 1. (5 Punkte) [De Rham Komplex im Minkowski-Raum]

Seien t, x_1, x_2 und x_3 die kartesischen Koordinaten des $\mathbb{R}^4$ mit der Lorentzmetrik

$$g = -dtdt + dx^1dx^1 + dx^2dx^2 + dx^3dx^3.$$

Seien ^{g}, ^{g}, Ψ und $\div^g$ die Abbildungen, die das folgende Diagramm kommutativ machen. Berechne ^{g}, ^{g}, Ψ und $\div^g$ in kartesischen Koordinaten. Benutze, wenn möglich, , $\div$, , $\star$ (ohne Zusatz) im $\mathbb{R}^3$ aus der Vorlesung.

$= 2em\Omega^0\mathbb{R}^4e, td_0s, r{=}\Omega^1\mathbb{R}^4e, td_1s, r\sharp^g\Omega^2\mathbb{R}^4e, td_2s, r\Phi^{-1}\Omega^3\mathbb{R}^4e, td_3s, r\sharp^g \circ \star^g\Omega^4\mathbb{R}^4s, r{-}\star^gC^\infty\mathbb{R}^4e, tgra$

wobei $\Phi(X,Y) := dt \wedge X^\flat + \star Y^\flat$.