Prof. Dr. M. Rapoport **SS 2004**
Dr. U. Görtz

Lineare Algebra II

12. Übungsblatt

Aufgabe 1

Sei K ein Körper der Charakteristik $\neq 2$. Beweise die folgende Variante des Kürzungssatzes von Witt: Sind F, G_1, G_2 quadratische Räume über K, ist ferner F nichtausgeartet und gilt $F \perp G_1 \cong F \perp G_2$, so folgt $G_1 \cong G_2$.

Aufgabe 2

Sei K ein Körper, und sei char $K \neq 2$. Gib ein Beispiel eines quadratischen Raumes E über K zusammen mit einer Isometrie $F_1 \longrightarrow F_2$ von Unterräumen von E, die sich nicht zu einer Isometrie $E \longrightarrow E$ fortsetzen läßt.

Aufgabe 3

a) Zeige, dass det eine quadratische Form auf $M_2(\mathbb{R})$ ist und bestimme die zugehörige Bilinearform.

b) Bestimme den Signaturtyp von det auf $M_2(\mathbb{R})$ und den Signaturtyp der Einschränkung von det auf den Raum $M_2(\mathbb{R})^0$ der Matrizen mit Spur 0.

Aufgabe 4

a) Ist $G \subseteq GL_n(\mathbb{R})$ eine endliche Untergruppe, so gibt es eine invertierbare Matrix A, so dass

$$\{A^{-1} \cdot g \cdot A;\ g \in G\} \subseteq O(n, \mathbb{R}).$$

b) Formuliere und beweise eine zu a) analoge Aussage für endliche Untergruppen von $GL_n(\mathbb{C})$.

Hinweise zur Klausur:

- Zugelassen zur Klausur ist, wer mindestens 50 %, d. h. 132 Punkte, auf den Übungszetteln 1–11 erreicht hat. Bitte halten Sie gegebenenfalls Rücksprache mit Ihrem Übungsleiter.
- Aufteilung der Übungsgruppen auf die Hörsäle:
  Wolfgang-Paul-Hörsaal: Gruppen 2, 3, 5, 6, 8, 10
  Hörsaal I Physik: Gruppen 1, 4,
  Zeichensaal (Wegelerstr. 10): Gruppen 7, 9.