Oberseminar Arithmetische Geometrie (ARGOS), WS 09/10

Lokal-global-Kompatibilität im p-adischen Langlands-Programm für $GL_{2,\mathbb{Q}}$

Wir werden im kommenden Semester die Arbeit [E1] von Emerton studieren. Im ersten Teil der Arbeit wird eine Vermutung über die Existenz und Eigenschaften der p-adischen Langlandskorrespondenz aufgestellt. Im Spezialfall von triangulinen Darstellungen wird diese Korrespondenz explizit konstruiert und viele der vermuteten Eigenschaften nachgeprüft. Im zweiten Teil der Arbeit wird eine Komplettierung der étalen Kohomologie von Modulkurven konstruiert, auf der $G_{\mathbb{Q}}$ und $GL_2(\mathbb{A}_f)$ operieren. Eine zweite Vermutung von Emerton, die in dieser Arbeit untersucht wird, behauptet die Lokal-global-Kompatibilität dieser Darstellungen mit der (klassischen und p-adischen) lokalen Langlandskorrespondenz.

Vorträge

1) Die lokale Langlandskorrespondenz für $GL_{2,\mathbb{Q}}$ (E. Hellmann): Dies ist ein Überblicksvortrag, der die Vermutung zur Existenz der p-adischen lokalen Langlandskorrespondenz und die Lokal-global-Korrespondenz vorstellen soll. Dafür werden die entsprechenden Resultate der klassischen lokalen Langlandskorrespondenz erklärt, insbesondere auch die Realisierung in der Kohomologie von Modulkurven. ([E1], Section 1,2, ggf. 3.3.1)

2) Verfeinerungen und Klassifikation trianguliner lokaler Galoisdarstellungen (M. Rapoport): Verfeinerungen; zweidimensionale Darstellungen sind triangulin genau dann wenn sie eine Verfeinerung haben. Colmez' Klassifikation trianguliner Darstellungen ([E1], Section 4)

3) Invarianten zulässiger unitärer $GL_{2,\mathbb{Q}}$-Darstellungen (D. Ban): In zwei Fällen topologisch irreduzibler zulässiger unitärer $GL_2(\mathbb{Q}_p)$-Darstellungen gibt es auch erste Resultate in Richtung einer Klassifikation, nämlich unter der Annahme, daß die Darstellung nichttriviale lokal algebraische Vektoren enthält oder daß der Jacquet-Modul nicht verschwindet. ([E1], Section 5, [E2] für die Definition des Jacquet-Moduls)

4) Die p-adische Langlandskorrespondenz für trianguline Darstellungen (P. Scholze): In diesem Vortrag wird die p-adische Langlandskorrespondenz für viele Fälle trianguliner Darstellungen explizit definiert und es werden die vermuteten Eigenschaften für diese Definition untersucht. ([E1], Section 6, 3)

5) Lokal-global-Kompatibilität I (T. Richarz): Emertons Konstruktion der vervollständigten Kohomologie von Modulkurven soll definiert und ihre Eigenschaften, insbesondere der Jacquet-Modul beschrieben werden. ([E1], Section 7.1-7.5, für die Definition siehe auch [E3])

6) Lokal-global-Kompatibilität II (E. Viehmann): In diesem Vortrag wird die vermutete Lokal-global-Kompatibilität diskutiert und Folgerungen der beiden Vermutungen bewiesen. ([E1], Section 7.6-7.10)

Literatur

[E1] M. Emerton, *A local-global compatibility conjecture in the p-adic Langlands programme for* $\mathrm{GL}_{2/\mathbb{Q}}$ Pure Appl. Math. Q. **2** (2006), 279–393 (preprint auf Emertons homepage).

[E2] M. Emerton, *Jacquet modules of locally analytic representations of p-adic reductive groups. I. Construction and first properties*, Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) **39** (2006), 775–839.

[E3] M. Emerton, *On the interpolation of systems of eigenvalues attached to automorphic Hecke eigenforms*, Invent. Math. **164** (2006), 1–84.