Oberseminar Arithmetische Geometrie SS 2004
Prof. M. Rapoport

Deformationen von Galoisdarstellungen

Programmvorschlag von I. Vollaard

1. Vortrag: Deformationen von Gruppendarstellungen (1 Sitzung)
Motivation Galoisdarstellungen, Darstellungen proendlicher Gruppen, Schur's Lemma, Charaktere, Descent von Darstellungen, Deformationen [M2] §1-6, 8

2. Vortrag: Universelle Deformationen von Gruppendarstellungen (2 Sitzungen)
Beweis der Prodarstellbarkeit des Deformationsfunktors von total irreduziblen Gruppendarstellungen mit Hilfe des Schlessingerkriteriums, Interpretation des Tangentialraums als Galoiskohomologiegruppe [M2] §18-22, siehe auch [Go] für eine Abschwächung der Voraussetzungen, [M1] und [M2] §10 für eine Auflistung anderer Beweisstrategien.

3. Vortrag: Eigenschaften der universellen Deformation (1-2 Sitzungen)
Funktorialität des Deformationsrings: Basiswechsel [Go] 2.4 und Twisten einer Restklassendarstellung durch einen Charakter [Go] §3.11 und [M1] 1.3, eindimensionale Darstellungen [M1] 1.4 und [Go] S. 279, Obstruktionen [M1] 1.6, konkrete Berechnung des Deformationsrings in Spezialfällen [Bo], [Go] 5.

4. Vortrag: Deformationsbedingungen (1 Sitzung)
Definition von Deformationsbedingungen, Prodarstellbarkeit des Deformationsfunktors im Fall einer total irreduziblen Darstellung mit Zusatzbedingung, als Beispiel Determinantenbedingung von Galoisdarstellungen [M2] §23-26, 28.

5. Vortrag: Lokale Galoisdeformationen vom Grad 2 (1-2 Sitzungen)
Die Bedingungen "minimal verzweigt" und "ordinär" sind Deformationsbedingungen, Berechnung der jeweiligen Tangentialräume der Deformationsprobleme [M2] §29-30.

Vorschläge für den weiteren Verlauf des Oberseminars:

- Klassifizierung der Eigenformen der Heckeoperatoren mit Zusatzbedingungen durch die C_p-wertigen Punkte der Eigenkurve mit Hilfe von Galoisdarstellungen ([CM])
- Der flache Deformationsfunktor nach [Co].
- Die generische Faser des universellen Deformationsraums assoziiert zu einer zahmen Galoisdarstellung [Bö].

Literatur

[Bö] G. Böckle: *The generic fibre of the universal deformation space associated to a tame Galois representation*, Manuskripta Math. **96** (1998), p. 231-246

[Bo] N. Boston: *Explicit deformation of Galois representations*, Invent. Math. **103** (1991), p. 181-196

[CM] R. Coleman, B. Mazur: *The Eigencurve*, in: A. J. Scholl, R. Taylor (Ed.): *Galois Representations in Arithmetic Algebraic Geometry*, London Math. Soc. Lecture Note Series **254**, Cambridge University Press (1998)

[Co] B. Conrad: *The flat deformation functor*, in: G. Cornell, J. H. Silverman, G. Stevens (Ed.): *Modular Forms and Fermat's last theorem*, Papers on the Instructional Conference on Number Theory and Arithmetic Geometry, Springer Verlag 1997

[Go] F. Q. Gouvêa: *Galois deformations*, in: B. Conrad, K. Rubin (Ed.): *Arithmetic Algebraic Geometry*, IAS Park City Mathematics Series **9**, Institute for Advanced Studies, AMS 2001

[M1] B. Mazur: *Deforming Galois representations*, in: Ihara, Ribet, Serre (Ed.): *Galois groups over* $\mathbb{Q}$, MSRI Publications **16**, Springer-Verlag 1989

[M2] B. Mazur: *Deformation of Galois representations*, in: G. Cornell, J. H. Silverman, G. Stevens (Ed.): *Modular Forms and Fermat's last theorem*, Papers on the Instructional Conference on Number Theory and Arithmetic Geometry, Springer Verlag 1997