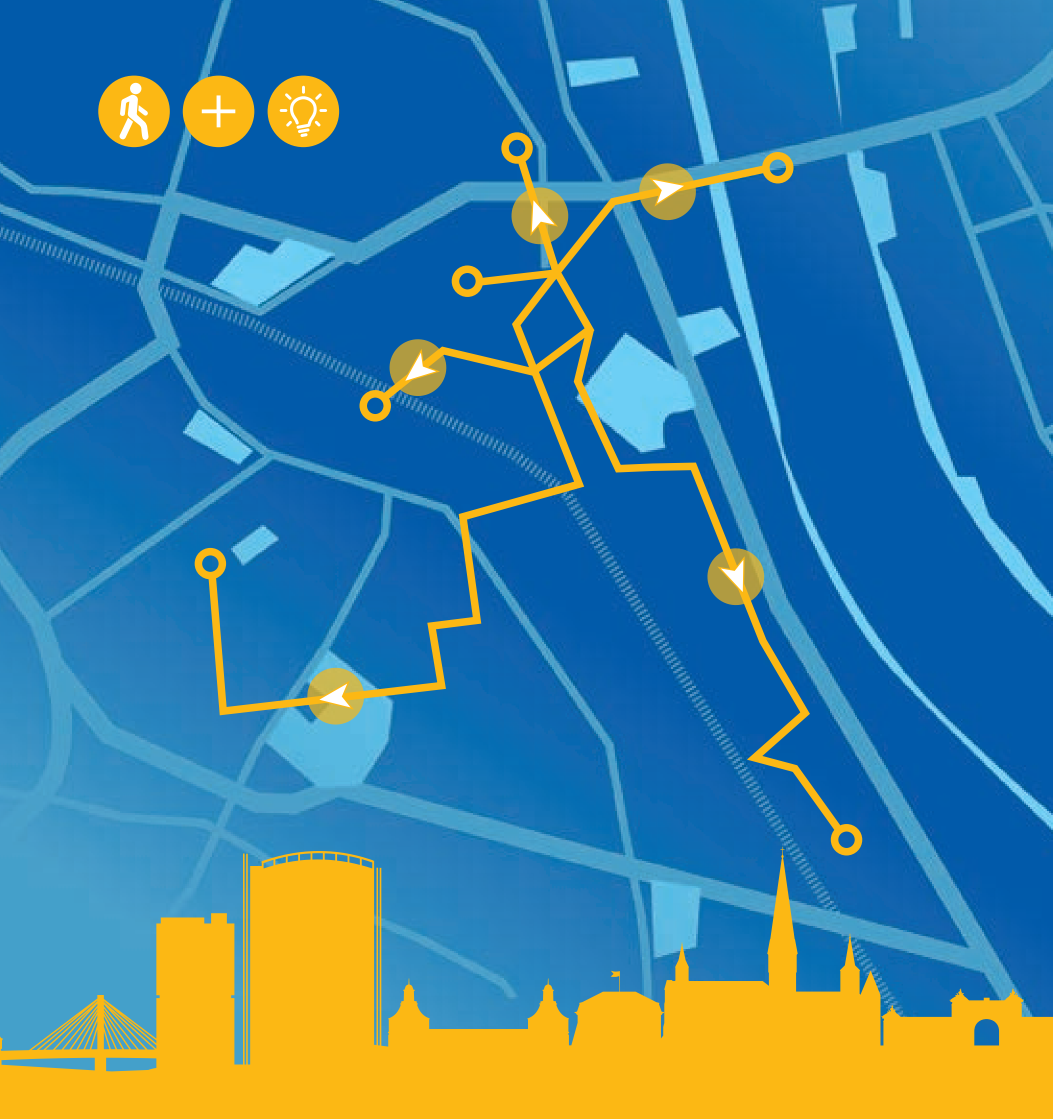


MATHEMATISCHE SPAZIERGÄNGE IN BONN

50°43'42,5"N 7°5'2,3"O

Lernheft für die Sekundarstufe I

hausdorff center for mathematics

UNIVERSITÄT BONN

Grußwort

Liebe Schülerinnen und Schüler, liebe Lehrerinnen und Lehrer,

vor euch liegt ein kleines Heft, das mit sehr viel Liebe zum Detail von Lehramtsstudierenden der Mathematik an der Universität Bonn entworfen und gestaltet wurde. Sie möchten euch dazu einladen, Mathematik im Alltag zu entdecken und dabei die Freude an neuen Erkenntnissen und tieferem Verständnis zu erleben, die auch die Forscher*innen der Universität Bonn immer wieder beflügelt. Die Spaziergänge sollen das an euch gerichtete und vielfältige Wissenschaftsangebot im Rahmen der jungen Uni, wie beispielsweise die Kinderuni, die Wissenschaftsrallyes oder auch das Frühstudium (FFF), weiter ergänzen. Wer sich mit dieser Broschüre auf den Weg macht, der wird, davon bin ich überzeugt, in Zukunft seine Umwelt mit anderen Augen betrachten und vielleicht auch eine ganz neue Einstellung zur Mathematik entwickeln.

Wozu kann man sie nicht alles brauchen! Was hatten Menschen vor Jahrtausenden nicht schon für Ideen, um die ihnen gestellten Aufgaben mit Hilfe mathematischer Zusammenhänge zu lösen! Und was sind das doch für spannende Regeln, die sich als mathematische Formeln beschreiben lassen, denen die Natur in so vielen Fällen folgt! Und warum sie dies tut, das erfahrt ihr nebenbei auch noch.

So lädt dieses kleine Heft nicht nur zur weiteren Beschäftigung mit der Mathematik ein, sondern auch dazu, sich näher mit z. B. biologischen, architektonischen oder verkehrsplanerischen Fragen zu beschäftigen. Dass ihr zusätzlich in unserer schönen Stadt Bonn so manche Details entdecken werdet, an denen ihr wahrscheinlich, wie auch ich bisher, achtlos vorbeigegangen seid, ist nur ein weiterer schöner Nebeneffekt. Ich wünsche Euch viel Spaß dabei.

Prof. Dr. Karin Holm-Müller
Prorektorin für Studium und Lehre

Liebe Schülerinnen und Schüler,
liebe Lehrerinnen und Lehrer,

Mathematik lässt sich erleben und entdecken – überall in unserer Stadt! Mit dem Projekt „Mathematische Spaziergänge in Bonn“ möchten wir Sie dazu ermuntern, Mathematik auch außerhalb des Klassenzimmers zu betreiben. Sie erhalten die Chance, das in der Schule gelernte Wissen an mathematischen Fragestellungen anzuwenden und zu festigen, die eng mit der Architektur und der Natur der Stadt Bonn verbunden sind. Uns liegt es am Herzen zu zeigen, dass Mathematik überall zu finden ist und diese uns draußen in unserer Stadt mit spannenden Fragestellungen fesseln kann.

Seit dem Sommersemester 2018 sind im Rahmen von Bachelorarbeiten im Lehramtsfach Mathematik an der Universität Bonn die Aufgaben für die Mathematischen Spaziergänge entstanden. Die Lehrerinnen und Lehrer von morgen machen sich also schon heute Gedanken, wie man den Schulunterricht bereichern kann. Wir schicken euch an viele Orte. Überall werdet ihr messen, zählen und rechnen. Die Aufgaben sind so konzipiert, dass man sie nur vor Ort lösen kann, also abseits des Klassenzimmers. Und das ist auch unser Ziel: Mathematik soll draußen in unserer schönen Stadt erfahren werden.

Ein paar Dinge sind uns wichtig:

- Da ihr viele Messungen durchführt, ist bei allen Rechnungen das Runden explizit erlaubt. Anders als sonst geht es hier nicht darum, Ergebnisse ganz exakt (z.B. in Abhängigkeit eines Wurzelausdrucks oder von π) anzugeben. Ihr dürft eure Zwischenergebnisse runden und mit den gerundeten Werten weiterrechnen. Natürlich sollt ihr alle nötigen Formeln exakt anwenden.
- Die meisten Aufgaben sind so gestaltet, dass man sie mit Stift, Papier und Taschenrechner lösen kann. Nur ganz selten werden eure Handys verwendet, z.B. für das Erstellen von Fotos. Wir wollen hier ganz bewusst nicht in Konkurrenz zu existierenden Mathematik-Apps o.ä. treten, sondern euch vielmehr dazu anregen, die Aufgaben in Ruhe und mit genügend Zeit selbständig zu lösen.
- Die Aufgaben haben verschiedene Aufgabenteile (A, B, C und D), die wiederum Teilaufgaben haben. Der Schwierigkeitsgrad ist ansteigend. Helft euch im Team und versucht so, möglichst viele Aufgaben zu lösen.

Bei Fragen und Anregungen stehen wir unter spaziergaenge@math.uni-bonn.de jederzeit gerne zur Verfügung.
Wir danken dem Hausdorff Center for Mathematics herzlich für die finanzielle Unterstützung unseres Projektes!

Wir wünschen euch und Ihnen viel Spaß, gutes Gelingen
und schönes Wetter bei den Mathematischen Spaziergängen in Bonn.

Das Projektteam, Bonn, Juni 2019

Spaziergänge im Überblick

Spaziergang 01

Symmetrie an Bauwerken

Altes Rathaus

- Symmetrie

Ort
Marktplatz,
Bushaltestelle „Markt“

Zeit
90 Minuten

Klasse 5-6

Material
Schreibmaterial,
Lineal, Schnur,
Kamera

Bonn hat viele schöne und historisch bedeutsame Bauwerke zu bieten, welche die Geschichte der Stadt prägen. Da viele Gebäude aus der Zeit des Barocks stammen, lassen sich viele Muster und Verzierungen an den Gebäuden finden. Das Alte Rathaus wurde im Stil des Barocks, genauer im Stil des Rokoko, im Jahr 1737 erbaut und war bis 1978 Sitz der städtischen Verwaltung. Das Gebäude ist vor allem durch die vergoldete Freitreppe bekannt geworden. Auf dieser standen schon viele wichtige Persönlichkeiten wie die britische Königin Elisabeth II., der US-amerikanische Präsident John F. Kennedy oder Nelson Mandela. Im Folgenden sollst du die Symmetrie des Alten Rathauses untersuchen. Fotografiere dazu die in den Aufgaben genannten Objekte und stelle vor Ort Überlegungen an, wie viele Symmetrieachsen jeweils existieren. Dies dient dir als Vorarbeit, um später am Computer die Symmetrieachsen in die Fotos einzuzeichnen.

A1 Begib dich zum Marktplatz vor den Haupteingang des Alten Rathauses. Stelle dich direkt vor das Rathaus und fotografiere die dir zugewandte Fassade des Rathauses. Bestimme ihre Symmetrieachse.

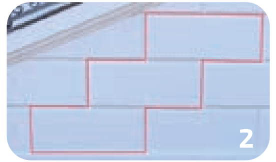
A2 Schau genau hin. Ist die gesamte Fassade symmetrisch aufgebaut oder gibt es Abweichungen? Finde Elemente, die nicht symmetrisch bezüglich der Symmetrieachse aus Teilaufgabe **A1** sind.

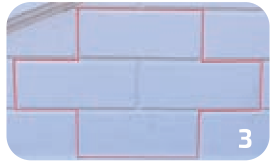
A3 Überlege dir, welche realisierbaren und sinnvollen baulichen Veränderungen nötig wären, um die Fassade symmetrischer zu gestalten.

A4 In der Mitte des Gebäudes über dem Hauteingang befindet sich eine Uhr. Zu welchen Uhrzeiten sind auch die Uhrzeiger symmetrisch bezüglich der in Teilaufgabe **A1** ermittelten Symmetrieachse?

A5 Wie nennt man die im Aufgabenteil **A** behandelte Symmetrie und welche anderen Formen der Symmetrie kennst du?

A6 Tritt näher an das Gebäude heran und suche die sechs auf der folgenden Seite abgebildeten Ausschnitte am Rathaus. Ein Ausschnitt befindet sich nicht auf der Hauptfassade, sondern auf der der Straße zugewandten Seite des Rathauses.





1 2 3 4 5 6

A6 B2 B4

Bearbeite für jeden der sechs Ausschnitte folgende Aufgaben in deinem Heft:

- Ist der Ausschnitt achsensymmetrisch?
- Fotografiere die Ausschnitte für die spätere Bildbearbeitung mit einer Kamera.
- Überlege dir, wie viele Symmetrieachsen existieren und wo sie liegen.

B1 Beim ersten Blick auf das Alte Rathaus fällt die Einteilung der Fenster- und Türgläser sofort ins Auge. Beschreibe das Muster einer Fensterscheibe unter Verwendung der Begriffe parallel, senkrecht, Achsenspiegelung, Spiegelachse, rechter Winkel und Abstand.

B2 Welche der bereits in Teilaufgabe **A6** betrachteten Ausschnitte sind drehsymmetrisch?

B3 Aus welchem Grundbaustein bestehen diese drehsymmetrischen Figuren? Fertige eine Skizze in deinem Heft an. Wie oft und um welche Winkel musst du den Grundbaustein drehen, damit die Figuren entstehen? Gibt es punktsymmetrische Figuren?

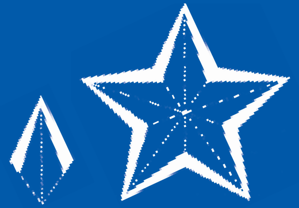
B4 Die Grundbausteine der Figuren aus Teilaufgabe **A6** in den Ausschnitten 3, 4 und 6 sind wieder achsensymmetrisch. Überlege dir, dass man den Grundbaustein verkleinern kann, wenn man vor der Drehung eine Spiegelung erlaubt. Wie sieht der Grundbaustein dann jeweils aus? Fertige eine grobe Skizze in deinem Heft an.

Hinweis: Der neue Grundbaustein zum vorherigen Stern-Beispiel würde so aussehen:

Wir erhalten den gesamten Stern, wenn wir diesen Grundbaustein erst spiegeln und anschließend drehen.

Wusstest du schon?

Drehsymmetrische Figuren lassen sich aus einem Grundbaustein, der möglichst klein ist, erzeugen. Dieser wird immer wieder gedreht, sodass die gesamte Figur entsteht. Folgendes Beispiel soll dies verdeutlichen:



Der Grundbaustein muss um 72°, 144°, 216° und 288° gedreht werden, um die gesamte Figur zu erzeugen.

Für den Spezialfall, dass ein Grundbaustein um 180° gedreht werden muss, ist die entstehende Figur punktsymmetrisch.

C1

C1 Vor dem Rathaus wurde ein Mahnmal, das an die Bücherverbrennung durch die Nationalsozialisten erinnern soll, errichtet. Insgesamt sind 60 Buchrücken aus Bronze in den Boden eingelassen. Eine Person deiner Gruppe stellt sich nun als Original auf den Buchrücken des Werkes „Hoppla, wir leben!" von Ernst Toller auf eine Seite der Symmetrieachse der Rathausfassade. Markiere mit der Schnur die Symmetrieachse des Gebäudes auf dem Boden neben dem Original. Achte auf den Abstand des Originals zu dieser Linie. Nun stellt sich eine weitere Person als Spiegelbild auf die andere Seite der Symmetrieachse. Wo muss sich diese Person genau hinstellen?

C2 Der Fotograf/Die Fotografin unter euch stellt sich auf den Buchrücken des Werkes „In der Strafkolonie" von Franz Kafka. Das Original nimmt nun eine Position ein, die das Spiegelbild symmetrisch ergänzen muss. Um das Ergebnis festzuhalten, wird eure Spiegelung mit der Freitreppe des Rathauses im Hintergrund fotografiert. Stellt drei verschiedene Spiegelungen dar.

C3 Schafft ihr das auch mit mehreren Personen? Probiert es aus und vergleicht eure Ergebnisse nachher in der Klasse mit anderen Gruppen.

Abschließend sollst du nun alle deine Fotos am Computer bearbeiten und die entsprechenden Symmetrieachsen einzeichnen.

+

Spaziergang 02

Schätzen, messen und entdecken

Bonner Münster

- Maßstab
- Verhältnis
- Schätzungen
- ebene Figuren

Ort
Münsterplatz,
Bushaltestelle „Bonn Hbf“

Zeit
60 Minuten

Material
Schreibmaterial, Zollstock, Kamera, Geodreieck, Zirkel, Taschenrechner

Klasse 6

Der Münsterplatz bietet viele Gelegenheiten, Geometrie zu erleben. Das Bonner Münster, auch Münsterbasilika genannt, wurde im 11. Jahrhundert erbaut und ist heute eines der Wahrzeichen der Stadt.

A1 Verschaffe dir zuerst einen Überblick von der Größe und Form des Grundrisses der Münsterbasilika, indem du einmal um das Münster herumgehst.

A2 Für die folgenden Aufgaben benötigst du deine mittlere Schrittlänge. Gehe ein paar Schritte und bleibe in Schrittposition stehen. Ein Gruppenmitglied misst nun deine Schrittlänge von der Zehenspitze des einen Fußes zur Zehenspitze des anderen Fußes ab. Wiederholt dies drei Mal und berechnet den Durchschnitt der drei Messwerte, um deine mittlere Schrittlänge zu erhalten.

A3 Finde nun heraus, wie lang das Münster ist. Schreite die längste Seite des Münsters ab und zähle dabei deine Schritte. Berechne nun mithilfe deiner eben bestimmten mittleren Schrittlänge die Länge der Seite und notiere sie.

A4 Du sollst in Aufgabenteil **B** eine Zeichnung des Grundrisses anfertigen. Der Grundriss des Münsters soll möglichst ein halbes DIN A4-Blatt ausfüllen. Wie lang ist die längere Seite eines halben DIN A4-Blattes, wenn du an den Rändern je 1,5 Zentimeter Platz lässt? Bestimme das Verhältnis dieser Länge zur Länge des Münsters aus Teilaufgabe **A3**.

A5 Damit hast du soeben einen geeigneten Maßstab für deine Zeichnung bestimmt. Mache dir klar, was der Maßstab ist und gib ihn in der üblichen Notation an.

Wusstest du schon?

Das Bonner Münster war zweimal, in den Jahren 1314 und 1346, Krönungsstätte deutscher Könige.

B1 Orientiere dich an dem links abgebildeten Foto mit dem Kompass und gehe nun nochmals, beginnend im Osten, um die Kirche in Richtung Norden herum. Um die Südseite, an welcher sich der Kreuzgang anschließt, kann man nicht herumgehen. Zeichne die Südseite des Münsters deswegen symmetrisch zur Nordseite, die zum Münsterplatz zeigt, ein. Schätze dabei die Längen des Gebäudes zuerst per Augenmaß ab und miss anschließend mit Schritten nach. Notiere deine Ergebnisse. Erstelle eine Grundrisszeichnung mit Zirkel und Lineal in deinem Heft und trage die entsprechenden Längen in Metern ein.

B2 Diskutiert in der Gruppe, ob es einfacher ist, mit Augenmaß kurze oder lange Strecken zu schätzen.

B3 Unterteile den Grundriss in dir bekannte geometrische Flächen. Schätze die Größe der Fläche, die die Münsterbasilika einnimmt, sowie ihren Umfang.

C1 Auf dem Münsterplatz befindet sich ein Modell, welches die Stadt Bonn zum Ende des 18. Jahrhunderts zeigt. Begib dich

dorthin. Wie hat sich das Bonner Münster seitdem verändert? Lies außerdem auf der Informationstafel den Maßstab des Modells ab und gib ihn an.

C2 Da du aus den vorherigen Teilaufgaben schon viele Längen des heutigen Bonner Münsters kennst, kannst du nun ermitteln, ob das Modell die Münsterbasilika maßstabsgetreu abbildet. Miss dazu drei unterschiedliche Längen im Modell nach und setze diese mit den zugehörigen Längen der originalen Münsterbasilika ins Verhältnis.

C3 Ist das Verhältnis bei allen Längen gleich oder gibt es Abweichungen? Diskutiert in der Gruppe mögliche Gründe hierfür und vergleicht mit dem Maßstab, den ihr auf der Informationstafel am Modell findet.

C4 Gehe nun nochmals um das Münster herum, sieh dir die Fassaden genau an und versuche folgende geometrische Flächen am Bauwerk zu finden: Dreieck (gleichschenklig, gleichseitig, rechtwinklig), Quadrat, Rechteck, Raute, Drachenviereck, Trapez (rechtwinklig, gleichschenklig), Parallelogramm und Kreis. Findest du sie alle? Notiere dir, wo du diese Flächen gefunden hast und fotografiere sie.

C5 Welche drei geometrischen Flächen lassen sich an den Dächern der Türme erkennen? Fertige je eine Skizze dieser Flächen an und zähle alle Besonderheiten auf, die die Flächen charakterisieren. Denke dabei an Symmetrie, Winkel und Seitenlängen.

Spaziergang 03

Naturwunder Biene: Dreisatz und „Summen“

Bienenhaus

- Dreisatz

Ort

Rheinaue,
Stadtbahnhaltestelle „Rheinaue“

Zeit

45 Minuten

Material

Schreibmaterial, Lineal,
Taschenrechner

Klasse 6-7

Welch ein Multitalent! Putzfrau und Amme, Architektin und Baumeisterin, Sammlerin und Erzieherin, Lieferantin und noch viel mehr: Der hochbegabten Honigbiene verdanken wir nicht nur den köstlichen Blütenhonig, sondern auch den Erhalt der Pflanzenwelt. Sie ist ein wichtiges Bindeglied im ökologischen Kreislauf, weshalb wir ihr nun unsere Aufmerksamkeit widmen.

A1 Finde mithilfe folgender Abbildung zunächst das Bienenhaus. Gehe um das Haus herum und lies dir alle Informationstafeln aufmerksam durch.

Wusstest du schon?

Auf unserer Erde leben heute zwischen 20.000 und 30.000 verschiedene Bienenarten.

© OpenStreetMap -Mitwirkende

Löse mithilfe der Informationstafeln folgende Aufgaben:

A2 Wie lange braucht eine Biene, um eine Strecke von sieben Kilometern zurückzulegen, wenn sie konstant mit ihrer maximalen Geschwindigkeit fliegt? Gib das Ergebnis in Minuten an.

A3 Wie oft schlägt die Biene auf der sieben Kilometer langen Strecke mit den Flügeln?

Hinweis: Gib für das Ergebnis eine untere und eine obere Grenze an.

A4 Wie oft muss eine Arbeiterin eines Bienenvolks ausfliegen, um zwei Kilogramm Nektar heranzuschaffen?

Hinweis: Gib auch hier für das Ergebnis eine untere und eine obere Grenze an.

A5 Wie viel Gramm Honig kann eine Biene aus dem Bienenvolk aus zwei Kilogramm Nektar produzieren, wenn du davon ausgehst, dass bei jedem Sammelflug jeweils 25 Milligramm gesammelt werden?

Hinweis: Dein Ergebnis aus Teilaufgabe A4 kann dir bei deiner Rechnung helfen.

Betrachte nun die Bestäubungsleistung durch Insekten bei Obstkulturen.

B1 Zeichne ein 10 cm x 5 cm großes Rechteck in dein Heft. Trage nun die Prozentsätze der Bestäubungsleistungen der jeweiligen Insekten als Anteil des Rechtecks ab.

B2 Der Landwirt Herr Müller erntet diesen Monat insgesamt 2370 Kilogramm Obst.
Gib an, wie viel Kilogramm der Ernte auf die Bestäubung der jeweiligen Insektenarten zurückzuführen sind.

B3 Der Ertrag von Herrn Müller geht im Monat Juli von erwarteten 5000 Kilogramm zurück auf 4620 Kilogramm. Es ist bekannt, dass sich eine Virusinfektion verbreitet hat, die vor allem bestimmte Insekten befällt. Welche Insektenart ist wahrscheinlich betroffen?

Wusstest du schon?

In manchen Regionen der Erde sind die Bienen durch Umweltkatastrophen gänzlich verschwunden. Hier muss die Bestäubung mit sehr hohem Aufwand von Menschen durchgeführt werden, damit die Bauern ausreichend landwirtschaftliche Erträge haben.

Spaziergang 04

Rund ums Kopfrechnen

Bonner Köpfe

- Verhältnis
- geometrische Körper
- Dreisatz

Ort
Münsterplatz,
Bushaltestelle „Bonn Hbf“

Zeit
jeweils 30 Minuten

Material
Schreibmaterial,
Zollstock, Schnur,
Taschenrechner

Klasse 7+9

AUFGABENTEIL A FÜR KLASSE 7 UND AUFGABENTEIL B FÜR KLASSE 9

Die beiden großen Granitköpfe vor der Ostfront des Bonner Münsters zeigen Florentius und Cassius, zwei römische Soldaten, die bei einer Christenverfolgung gestorben und heute Stadtpatrone der Stadt Bonn sind.

A1 Miss die Länge des Granitkopfes von Florentius, indem du die Länge vom Helmansatz bis zum Kinn misst. Schätze dabei mithilfe des Halses ab, wo sich das Kinn befindet.

Bestimme auch deine Kopflänge vom Haaransatz bis zum Kinn. Wie viel Mal länger ist der Kopf von Florentius als dein eigener?

Florentius

A2 Setze deine Kopflänge ins Verhältnis zur Länge deines restlichen Körpers. Bestimme, wie groß Florentius wäre, wenn sein Kopf tatsächlich die Länge des Granitkopfes hätte.

A3 Bildet für diese Teilaufgabe Gruppen von drei oder vier Schülerinnen und Schülern. Stellt euch vor, dass ihr einen Turm baut, indem ihr euch gegenseitig auf die Schultern steigt. Bestimmt, ob ihr größer als der „Riese“ wärt. Wie viele Freunde müsstet ihr ansonsten noch dazuholen?

A3

Wusstest du schon?

Castells sind Menschenpyramiden, die in Katalonien (Spanien) traditionell bei vielen Festen errichtet werden. Die Castellers genannten Teilnehmerinnen und Teilnehmer steigen dabei auf die Schultern ihrer Unterleute. Die Menschentürme bestehen jeweils aus verschiedenen Ebenen. Der höchste je gebildete Turm bestand aus zehn Ebenen, für die 700 Castellers benötigt wurden.

B1 Bestimme den Kopfumfang des Granitkopfes von Cassius an der breitesten Stelle. Bestimme auch deinen eigenen Kopfumfang an der breitesten Stelle. Wie viel mal größer ist der Kopfumfang von Cassius als dein eigener?

B2 Nimm für den Moment an, dass der Granitkopf eine Kugel ist, deren Umfang dem gemessenen Kopfumfang entspricht. Berechne ihren Radius.

B3 Überlege dir, wie du Hals und Helm auch mithilfe dir bekannter geometrischer Körper annähern kannst und berechne näherungsweise das Volumen der Granitstatue.

B4 Granit hat eine Dichte von 2620 Kilogramm pro Kubikmeter. Berechne, wie viel der Kopf von Cassius wiegt.

B5 Aus derselben Menge Granit hätte auch eine kegelförmige Säule entstehen können. Bestimme den Durchmesser des nächsten Gullideckels und nimm an, dass die Grundfläche der Säule den doppelten Durchmesser hat. Bestimme ihre Höhe.

Cassius

Spaziergang 05

Abfahrt!

Beueler Bahnhof

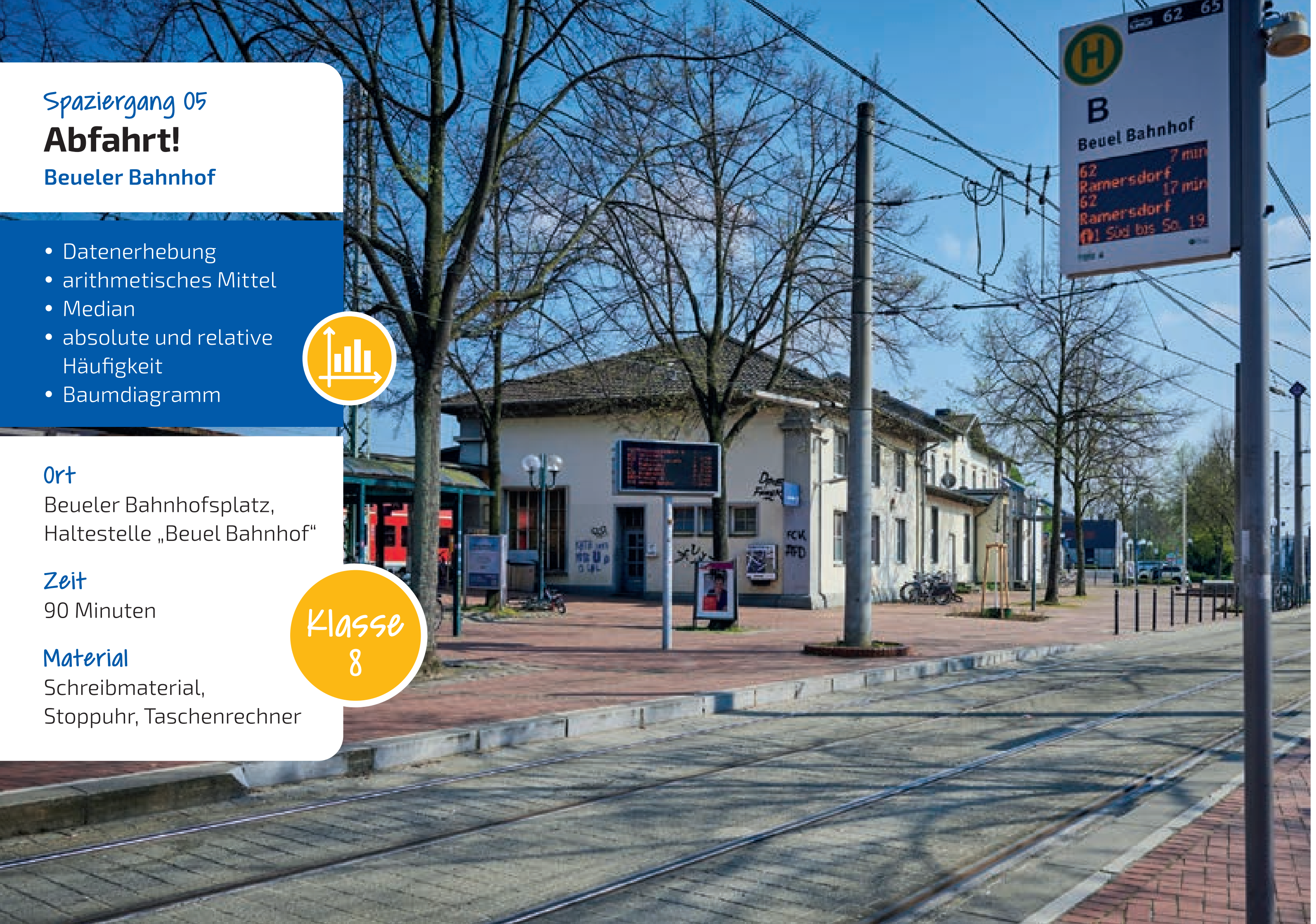
- Datenerhebung
- arithmetisches Mittel
- Median
- absolute und relative Häufigkeit
- Baumdiagramm

Ort
Beueler Bahnhofsplatz, Haltestelle „Beuel Bahnhof"

Zeit
90 Minuten

Material
Schreibmaterial, Stoppuhr, Taschenrechner

Klasse 8



Bonn ist die Stadt mit der zweithöchsten Einpendler-Quote in Nordrhein-Westfalen. Etwa 100 000 Menschen fahren jeden Tag aus dem Umland nach Bonn, um dort zu arbeiten. Zusätzlich pendeln rund 50 000 Menschen von Bonn ins Umland. Neben dem Straßenverkehr spielt dabei auch der öffentliche Personennahverkehr eine große Rolle. Vor allem an Knotenpunkten wie dem Beueler Bahnhof steigen Reisende in andere Linien um. Damit dies reibungslos funktioniert, sollten Verspätungen möglichst selten auftreten. Doch wie oft kommen Bus und Bahn überhaupt pünktlich?

A1 Sammelt in einem Zeitraum von 30 Minuten Daten über die Pünktlichkeit von Bus und Straßenbahn. Geht dabei folgendermaßen vor:

- Lest an den Fahrplänen der Straßenbahnlinie ab, wann sie planmäßig abfahren soll. Messt mithilfe einer Stoppuhr, wie viele Minuten sie verspätet oder verfrüht abfährt beziehungsweise ob sie pünktlich ist. Fertigt eine Urliste mit den zeitlichen Abweichungen vom Fahrplan an. Verwendet für verspätete Straßenbahnen ein positives Vorzeichen und für verfrühte ein negatives. Rundet auf ganze Minuten.
- Geht genauso auch mit den Bussen vor. Betrachtet dafür verschiedene Buslinien und fertigt eine Urliste mit den Abweichungen von den geplanten Zeiten an. Die Liste soll alle beobachteten Buslinien zusammenfassen.

Hinweis: Eine Urliste ist die Aufzählung der unsortierten gemessenen Daten.

A2 Berechnet für die Fahrplanabweichungen der beiden Verkehrsmittel jeweils den arithmetischen Mittelwert.

A3 Bestimmt für die Fahrplanabweichungen von Bus und Straßenbahn jeweils die Spannweite, das obere beziehungsweise untere Quartil und den Median. Zeichnet zwei Boxplots, die untereinander an einer gemeinsamen Skala stehen. Was stellt ihr fest? Interpretiert das Ergebnis im Sachzusammenhang. Was könnten die Ursachen sein?

Wusstest du schon?

Etwa 39 Prozent der CO_2-Emissionen in Bonn ließen sich 2014 auf den Personen- und Güterverkehr zurückführen.

Wusstest du schon?

Anders als bei den anderen Bahnhöfen im Rhein-Sieg-Kreis sind die vielzähligen Güterverkehr und Ladegleise am Beueler Bahnhof noch intakt, weswegen er unter Denkmalschutz steht. Der Circus Roncalli nutzt die umfassende Gleisanlage, um seine historischen Zirkuswagen zu transportieren, die früher noch von Pferden gezogen wurden. Damit ist er der letzte Zirkus in Deutschland, der sein Material mit der Bahn transportiert.

Viele Pendlerinnen und Pendler nutzen Fahrräder, um morgens von zu Hause zum Bahnhof zu gelangen und stellen ihr Fahrrad vor dem Bahngleis ab. Damit ihr Weg dorthin auch sicher ist, sollte das Fahrrad verkehrssicher sein. Das Bild des Allgemeinen Deutschen Fahrradclubs (ADFC) zeigt, was nötig ist, damit ein Fahrrad im Straßenverkehr sicher ist.

B1 Schaue dir 30 zufällig ausgewählte Fahrräder genauer an, ohne sie umstellen zu müssen. Wie viele davon sind verkehrssicher? Gib die absolute Häufigkeit an und berechne die relative Häufigkeit.

B2 Wir interpretieren nun die relative Häufigkeit der verkehrssicheren Fahrräder als Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewähltes Fahrrad verkehrssicher ist. Was ist der Unterschied zwischen diesen Begriffen? Was könnte man tun, um die Wahrscheinlichkeit noch genauer vorherzusagen?

B3 Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass von drei zufällig ausgewählten Fahrrädern mindestens zwei nicht verkehrssicher sind? Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind alle drei verkehrssicher? Zeichne zunächst ein geeignetes Baumdiagramm und berechne anschließend die Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregel.

B4 Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 25 zufällig ausgewählten Fahrrädern alle verkehrssicher sind? Überlege, wie das zugehörige Baumdiagramm aussehen müsste und folgere daraus den Ansatz.

Einen Großteil des Bonner Personenverkehrs nimmt der sogenannte motorisierte Individualverkehr ein. Damit sind Kraftfahrzeuge gemeint, die von einer Privatperson geführt werden, wie zum Beispiel Motorroller oder Automobile. Doch wie effizient werden Autos eigentlich eingesetzt? In die meisten davon passen bis zu fünf Personen.

C1 Stelle dich an den Straßenrand neben der Bushaltestelle und beobachte 25 zufällig ausgewählte Autos. Trage in eine Urliste ein, wie viele Personen jeweils in den Autos sitzen.

C2 Fertige ein Säulendiagramm an, das angibt, wie oft welche Personenzahl pro Auto beobachtet wurde.

C3 Berechne, wie viele Personen sich durchschnittlich in einem Auto befinden.

C4 In einem vollen Bus finden etwa 60 Personen Platz. Wie viele Autos ließen sich durchschnittlich durch einen einzigen Bus einsparen?

Spaziergang 06

Mit Kanten und Ecken zu Parketten

Bienenhaus

- ebene Figuren
- Parkettierung

Klasse 8-9

Ort
Rheinaue,
Stadtbahnhaltestelle „Rheinaue“

Zeit
90 Minuten

Material
Schreibmaterial, Zollstock, Zirkel, Geodreieck, Taschenrechner, Schablone eines regelmäßigen Sechsecks und eines regelmäßigen Fünfecks mit einer Seitenlänge von jeweils einem Zentimeter

Bienenwabe mit kongruenten regelmäßigen sechseckigen Wabenzellen

Sind Bienen Mathe-Talente? Ein Bienenstock besteht aus mehreren Waben, die sich wiederum aus einer großen Anzahl an sechseckigen Zellen zusammensetzen. Diese dienen zur Aufzucht von Larven oder Lagerung von Honig und Pollen. Baustoff für die Bienenwaben ist Wachs, welches die Bienen im hinteren Teil ihres Körpers produzieren. Das Besondere am Bau einer Bienenwabe ist, dass alle sechseckigen Zellen regelmäßig und kongruent sind.

A1 Begib dich zum Bienenhaus (Werner Melzer Haus) in der Rheinaue. An der Eingangstür des Hauses ist ein Fenster in Form einer Wabenzelle. Überprüfe, ob es sich um ein regelmäßiges, also ein gleichseitiges und gleichwinkliges Sechseck, handelt. Gib den Umfang und den Flächeninhalt der sechseckigen Fensterscheibe an.

A2 Die Stufe des Eingangsbereiches ist auch sechseckig. Durch die Tür ist die Fläche an einer Seite verkürzt. Prüfe, ob man die Fläche zu einem regelmäßigen Sechseck ergänzen könnte. Wie viele Quadratmeter Holz umfasst die sechseckige Fläche der Stufe?

A3 Die Verbindungsstrecke zweier nicht benachbarter Eckpunkte eines Vielecks wird Diagonale genannt. Isabell, Ben und Emma haben die Diagonalenanzahl in einem Sechseck bereits richtig mithilfe der drei folgenden Rechnungen bestimmt.

Isabell: $5 + 4 + 3 + 2 + 1 - 6 = 9$
Ben: $3 + 3 + 2 + 1 = 9$
Emma: $3 \cdot 6 : 2 = 9$

Leider hat niemand der drei Kinder eine Erläuterung zu der Rechnung angegeben. Gebt zu den aufgeschriebenen Lösungen jeweils eine ausführliche Begründung an.

A4 Identifiziere die längste Diagonale im Sechseck und miss ihre Länge im Fenster an der Haustür ab. Im Folgenden sei diese Länge nun der Durchmesser eines Kreises. Dieser Kreis heißt Umkreis des Sechsecks. Bestimme, wie groß der Umfang und der Flächeninhalt des Kreises sind.

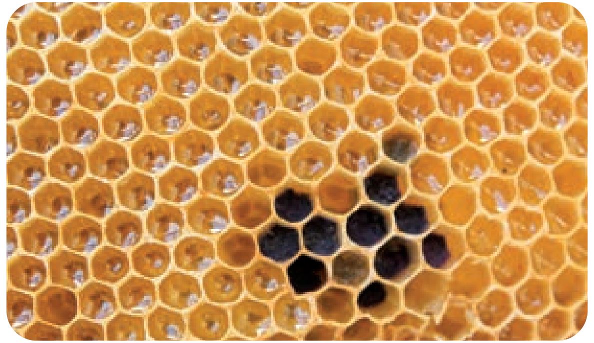
A5 Vergleiche deine Ergebnisse aus den Teilaufgaben **A1** und **A4** tabellarisch. Berechne jeweils das Verhältnis von Flächeninhalt und Umfang. Für welche der beiden Formen ist dieses Verhältnis größer? Welche Form wäre die effizientere für den Bau einer Bienenwabe? Begründe deine Entscheidung.

Du hast festgestellt, dass der Kreis bei gleichem Umfang den größeren Flächeninhalt einschließt. Damit wäre die Kreisform zum Bau einer Wabenzelle und zur Honigproduktion besser geeignet als das Sechseck. Trotzdem gibt es eine mathematische Erklärung, warum für die gesamte Bienenwabe doch die sechseckige Form von Vorteil ist. Findest du heraus warum? Die folgenden Aufgaben helfen dir dabei, die Antwort zu finden. Dafür betrachtest du die überschneidungsfreie und lückenlose Überdeckung einer Ebene durch kongruente Flächen – die Parkettierung.

B1 Zeichne ein Rechteck mit den Maßen 10 cm x 5,5 cm in dein Heft. Überlege dir, wie du dieses möglichst lückenlos mit Kreisen füllen kannst. Zeichne Kreise mit einem Durchmesser von zwei Zentimetern mit einem Zirkel in das Rechteck ein und fülle es möglichst gut aus. Dabei dürfen die Kreise auch am Rand des Rechtecks überstehen. Was fällt dir auf?

B2 Berechne nun den Flächeninhalt aller Kreise deiner Zeichnung. Dabei kannst du auch im Rechteck liegende Teile von Kreisen, die am Rand überstehen, mitberechnen. Bestimme nun den prozentualen Anteil der Kreisflächen an der Gesamtfläche des Rechtecks. Damit hast du die Dichte der Kreis-Parkettierung bestimmt.


Runde Bienenwabenzellen


Sechseckige Bienenwabenzellen


Verbundene Seifenblasen

Die Parkettierung mit Kreisen enthält zu große Lücken und ist deshalb für den Bau einer stabilen Bienenwabe ungeeignet. Allerdings legen Bienen die Wabenzellen zuerst kreisförmig an. In den runden Zellen schlüpfen und wachsen die Bienenlarven heran. Im Inneren der Bienenwabe wird durch die Arbeit der Bienen die Temperatur auf 40 °C aufgeheizt. Das Wachs beginnt zu schmelzen, die Wände der runden Zellen verbinden sich und werden abgeflacht. Dies führt zur Ausbildung der regelmäßigen sechseckigen Wabenstruktur. Dieses Phänomen, dass runde Wände bei gegenseitiger Berührung abflachen, hast du vielleicht schon bei Seifenblasen beobachten können.

Doch warum ist die Parkettierung mit regelmäßigen Sechsecken möglich? Und gelingt eine Parkettierung auch mit anderen regelmäßigen Vielecken? Diese beiden Fragen sollst du im Folgenden beantworten.

C1 Zeichne dir erneut ein Rechteck der Maße 10 cm x 5,5 cm in dein Heft und fülle dies überschneidungsfrei und lückenlos mit regelmäßigen Sechsecken mit einer Seitenlänge von einem Zentimeter aus.

Dabei dürfen die Sechsecke auch am Rand des Rechtecks überstehen. Nutze deine Schablone! Gelingt dir eine solche Parkettierung? Lasse dich vom Werk der Bienen inspirieren!

Du hast nun erkannt, dass man den Fußboden überschneidungsfrei und lückenlos mit regelmäßigen Sechsecken auslegen könnte.

C2 Überlege, ob eine überschneidungsfreie und lückenlose Parkettierung auch mit regelmäßigen Fünfecken möglich ist. Zeichne dir ein weiteres Rechteck der Maße 10 cm x 5,5 cm in dein Heft und versuche, dies mit regelmäßigen Fünfecken mit einer Seitenlänge von einem Zentimeter lückenlos und überschneidungsfrei auszufüllen. Nutze deine Schablone! Was stellst du fest?

Wusstest du schon?

Arbeiterinnen-Zellen haben ein Volumen von 0,3 Milliliter und fassen je 0,4 Gramm Honig. Auf einem Quadratdezimeter einer Wabe befinden sich circa 420 Arbeiterinnenzellen. Demnach enthalten drei Quadratdezimeter der Wabe, die beidseitig befüllt sind, ein Kilogramm Honig.

C3 Trage die Größe der Innenwinkel eines regelmäßigen Sechsecks, die du aus Teilaufgabe **A1** kennst, in deine Zeichnung aus Teilaufgabe **C1** ein. Wie viele Sechsecke treffen in deiner Zeichnung aus Teilaufgabe **C1** an einer Sechseck-Ecke zusammen? Zu welcher Zahl lassen sich die Innenwinkel dieser Ecken addieren?

C4 Wenn du die Sechsecke in sechs gleichseitige Dreiecke unterteilst, erhältst du eine lückenlose und überschneidungsfreie Parkettierung mit Dreiecken. Wie viele Dreiecke treffen an einer Dreieck-Ecke zusammen? Zu welcher Zahl lassen sich die Innenwinkel dieser Ecken addieren?

C5 Benutze die folgende Formel zur Bestimmung der Innenwinkelsumme in einem n-Eck

Innenwinkelsumme eines n-Ecks

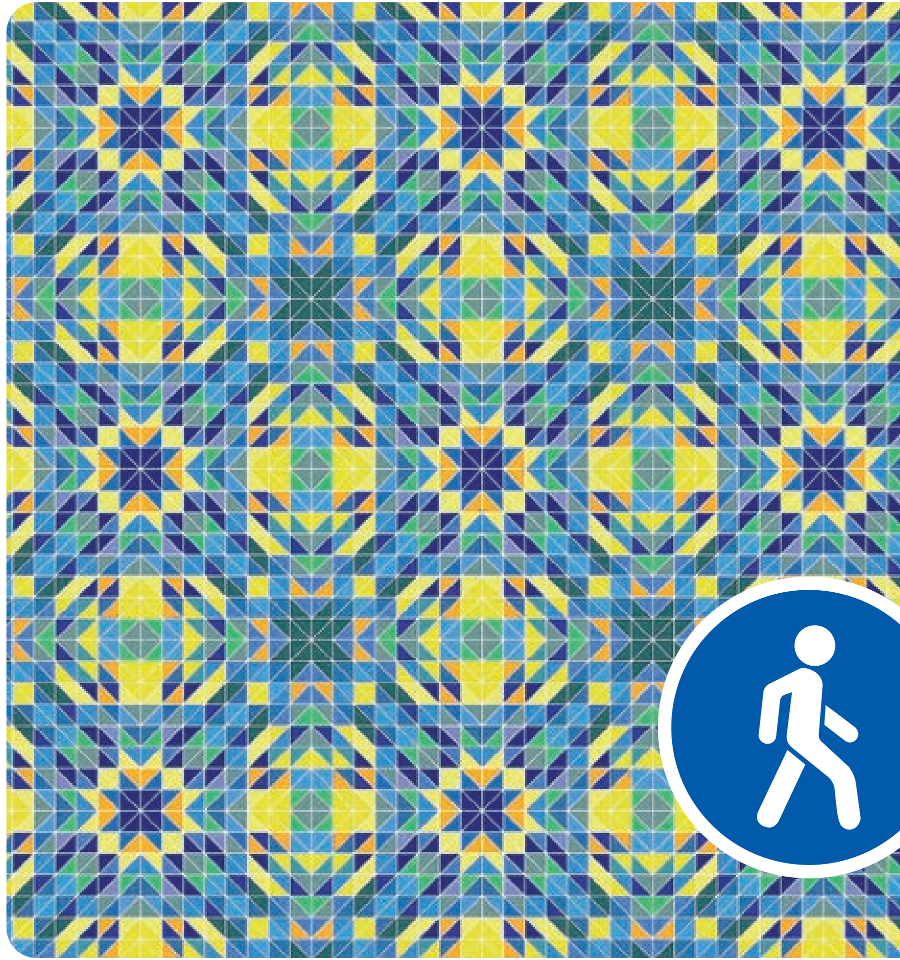
$$= (n-2) \cdot 180°$$

und berechne, wie groß die Innenwinkel in einem regelmäßigen Fünfeck sind. Wie groß wäre hier die Innenwinkelsumme, wenn drei beziehungsweise vier dieser Fünfecke an einer Ecke zusammentreffen? Finde mithilfe deiner Erkenntnis eine Begründung dafür, warum die Parkettierung mit regelmäßigen Fünfecken in der Ebene nicht möglich ist.

Du hast bereits festgestellt und gesehen, dass die Parkettierung der Ebene mit regelmäßigen Sechsecken und daraus abgeleitet auch mit regelmäßigen Dreiecken möglich ist. Die Größe der Innenwinkel spielt dabei die entscheidende Rolle.

C6 Leite eine allgemeine Regel her, mithilfe welcher du bestimmen kannst, mit welchen regelmäßigen n-Ecken man die Ebene lückenlos und überschneidungsfrei parkettieren kann. Neben regelmäßigen Drei- und Sechsecken gibt es ein weiteres regelmäßiges n-Eck, mit welchem dies möglich ist. Welches ist es?

C7 Vernachlässigst du nun die Eigenschaft der Regelmäßigkeit, dann ist auch die Parkettierung mit Fünfecken möglich. Entwirf eine solche Parkettierung aus kongruenten unregelmäßigen Fünfecken.



Spaziergang 07

Bunte Flächenvielfalt

Kranichbecken

- ebene und räumliche Figuren

Ort

Botanische Gärten
der Universität Bonn,
Bushaltestelle
„Am Botanischen Garten“

Zeit

90 Minuten

Material

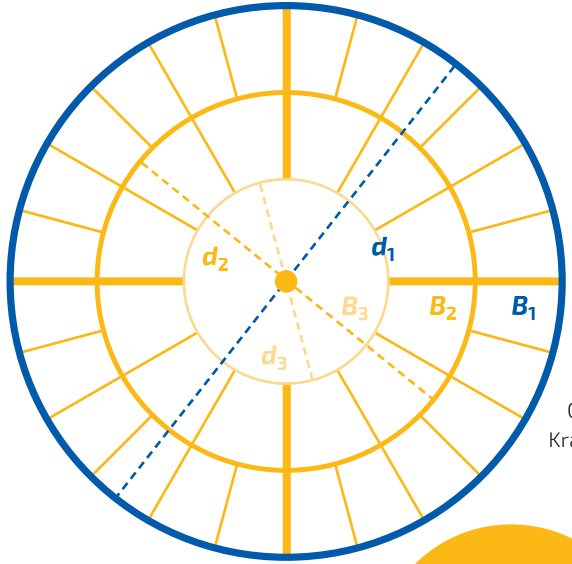
Schreibmaterial,
Taschenrechner, Schnüre,
Maßband, Zollstock,
2 Wäscheklammern

Klasse 8–9

Im Zentrum der Systematischen Abteilung des Schlossgartens befindet sich das Kranichbecken. Dort steht es seit dem Wiederaufbau der Gärten in den 1950er Jahren. Mittelpunkt des Beckens ist die Kranichskulptur von Felix Kupsch (1883 bis 1969), die eine Kranichfamilie darstellt. Die unterschiedlichen Kompartimente des Beckens zeigen verschiedene Sumpf- und Wasserpflanzen, die bei hohen Temperaturen ihre ganze Pracht entfalten.

A1 Bestimmt in Partnerarbeit den Umfang U des gesamten Beckens. Berechnet anschließend mit dem gemessenen Umfang den Durchmesser d_1 und den Radius r_1 des Kranichbeckens.

A2 Überlegt nun, wie ihr den Durchmesser d_3 des Beckens B_3 und den Durchmesser d_2 des Beckens B_2 (siehe Abbildung) bestimmen könnt, ohne das Becken dabei zu betreten. Führt eure Methode durch und vergleicht die Ergebnisse mit den Ergebnissen der anderen.



Grundriss des Kranichbeckens

Die Kranichskulptur
im Mittelpunkt
des Kranichbeckens

Wusstest du schon?

Photoperiodismus bezeichnet das Phänomen, dass die Tages- und Nachtlänge das Wachstum, das Verhalten und die Entwicklung von Pflanzen steuern. Es werden drei Typen von Pflanzen unterschieden: Kurztagspflanzen, Langtagspflanzen und tagneutrale Pflanzen. Kurztagspflanzen beginnen erst mit der Blütenbildung, wenn die tägliche Beleuchtungsdauer weniger als 12 Stunden beträgt. Eine Kurztagspflanze sollte täglich nach maximal 12 Sonnenstunden mit einer speziellen UV-Schutz-Plane bedeckt werden, damit die Blütenbildung induziert wird.

Pflanzen sind in der Lage, die Länge der Dunkelperiode zu messen. Diese ist entscheidend für die Blütenbildung. Typische Kurztagspflanzen sind Mais, Kaffee und Zuckerrohr.

A3 Schätze den Durchmesser des unteren grauen Sockels der Kranichskulptur. Berechne anschließend mit deinem Schätzwert die kreisförmige Fläche, die der Sockel einnimmt.

Gehe im Folgenden davon aus, dass der Wasserstand in allen Becken gleich hoch ist.

A4 Ermittle die Wassertiefe, ohne dabei Pflanzen zu beschädigen. Wie viel Liter Wasser würden zusätzlich in das innere Becken passen, wenn die Kranichskulptur samt Sockel entfernt werden würde?

Hinweis: 1 Kubikdezimeter = 1 Liter

A5 Berechne die Wasseroberfläche sowie das Wasservolumen des Beckens B_3.

Gehe im Folgenden davon aus, dass alle Ränder des Beckens dieselbe Breite haben.

B1 Stellt euch vor, eine Kurztagspflanze befindet sich in einem der äußeren Kompartimente des Beckens. Nutzt das gleichschenklige Trapez, um näherungsweise die Fläche zu berechnen, die bedeckt werden soll. Diskutiere mit deinem Partner mögliche Vorgehensweisen, wie ihr die nötigen Seitenlängen bestimmen könnt, ohne das Becken dabei zu betreten und führt anschließend eure Methode durch.

B2 Berechnet nun die zu bedeckende Fläche, indem ihr sie als Kreisringausschnitt betrachtet. Wie groß ist die Abweichung zu deinem Ergebnis aus Teilaufgabe **B1** (in Prozent)? Diskutiere mit deinem Partner, welche Vorgehensweise genauer ist.

*Nutze für die folgenden Teilaufgaben dein Ergebnis aus Teilaufgabe **B2**.*

B3 Im Baumarkt werden Abdeckplanen in folgenden Größen verkauft: 2 m x 2 m, 1,5 m x 3 m und 3 m x 3 m. Welche Maße müssen gewählt werden, damit die zu bedeckende Fläche aus dem Material ausgeschnitten werden kann und möglichst wenig von der Plane weggeschmissen werden muss?

Eines der äußeren
Kompartimente des
Kranichbeckens

Gib den Verschnitt in Prozent an.

B4 Nachdem die Abdeckplane korrekt zugeschnitten wurde, soll sie befestigt werden. Die Schrauben sollen in einem Abstand von sieben Zentimetern angebracht werden. Wie viele Schrauben werden benötigt?

Spaziergang 08

Geeichte Größen

Eichen in den Botanischen Gärten

- Strahlensätze
- Satz des Pythagoras
- räumliche Figuren

Klasse 8–9

Ort
Botanische Gärten der Universität Bonn, Bushaltestelle „Am Botanischen Garten"

Zeit
90 Minuten

Material
Schreibmaterial, Geodreieck, Taschenrechner, Schnur, Maßband, Weinkorken

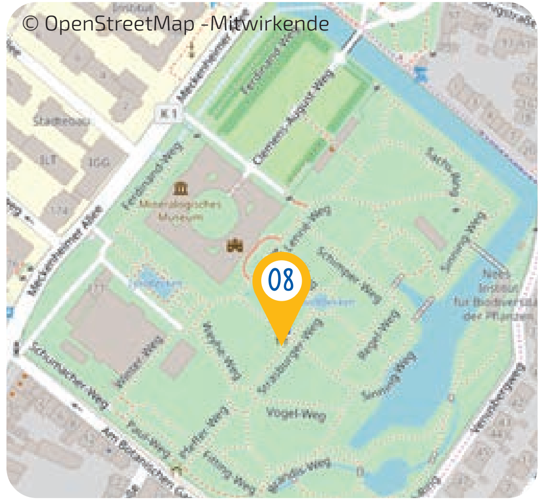
Bäume produzieren wie alle Pflanzen auf der Erde Sauerstoff, den wir alle zum Atmen brauchen. Auch das Holz hat für uns einen großen Nutzen, denn wir produzieren daraus Möbel, Fußböden, Papier und vieles mehr.

A1 Finde mithilfe folgender Abbildung die Stieleiche und lies dir die Informationstafel durch, die vor ihr platziert ist.

Die letzte Höhenmessung, die durchgeführt wurde, stammt aus dem Jahr 2012. Überprüfe, ob die Stieleiche in den vergangenen Jahren weiter an Höhe zugelegt hat. Hierfür kannst du zwei unterschiedliche Methoden benutzen:

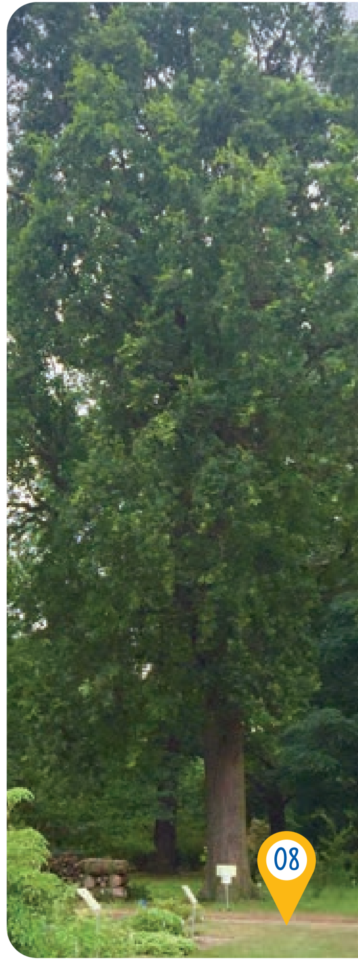
A2 Stelle dich direkt neben die Stieleiche und miss die Länge deines Schattens. Miss nun den Schatten aus, den der Baum wirft und ziehe daraus Rückschlüsse auf die aktuelle Höhe des Baumes. Fertige eine passende Zeichnung deiner Vorgehensweise an und trage sämtliche Längen ein.

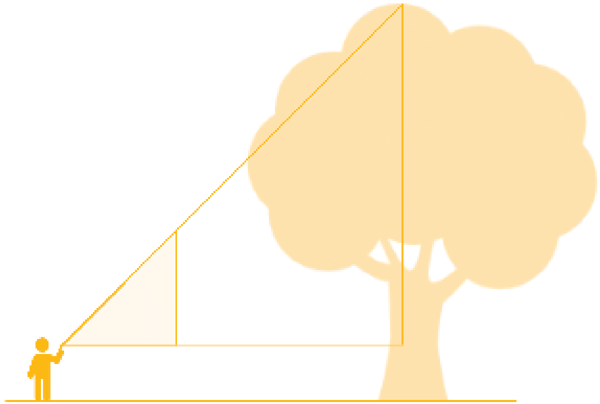
Hinweis: Wenn du die Methode aufgrund der Wetterverhältnisse nicht durchführen kannst, fertige eine Zeichnung an und stelle eine Gleichung auf, mit der die Höhe des Baumes ermittelt werden kann.



Wusstest du schon?

Eichenrinde enthält sogenannte Gerbstoffe, die zur äußerlichen Behandlung von Hauterkrankungen verwendet werden.





Für die folgende Teilaufgabe benötigst du ein Geodreieck.

A3 Halte das Geodreieck so, dass der eine Schenkel genau senkrecht und der andere Schenkel waagerecht liegt, wobei der rechte Winkel zum Baum zeigt. Dann gehst du vom Baum so weit weg, bis du die Spitze des Baumes über die schräge Kante des Geodreiecks auf Augenhöhe anpeilen kannst. Berechne nun mithilfe der Entfernung von dir zum Baum und deiner Augenhöhe die Höhe des Baumes.

Wusstest du schon?

Die Stieleiche kann bis zu 50 Meter hoch wachsen und einen Durchmesser bis 2,60 Meter erreichen.

B1 Ermittle näherungsweise den mittleren Stammumfang vom Boden bis zu einer Höhe von zwei Metern, indem du auf drei unterschiedlichen Höhen den Umfang misst und anschließend den Mittelwert deiner Messwerte berechnest.

Baumstamm der Stieleiche

B2 Überlege, welcher dir bekannte geometrische Körper den Baumstamm am besten beschreibt. Berechne unter dieser Annahme den Durchmesser *d*, den Radius *r* und das Volumen *V* des Baumstamms vom Boden bis zu einer Höhe von zwei Metern.

*Hinweis: Nutze dein Ergebnis aus Teilaufgabe **B1**.*

B3 Stelle dir vor, man würde aus dem Baumstammteil aus Teilaufgabe **B2** einen großen Balken mit quadratischer Querschnittsfläche herstellen. Wie groß wäre das maximale Volumen des Balkens?

Hinweis: Eine Zeichnung hilft dir bei deinen Überlegungen.

B4 Eichenholz hat eine durchschnittliche Rohdichte von 0,71 Gramm je Kubikzentimeter. Wie groß wäre die Masse des Balkens?

C1 Suche dir eine geeignete Stelle, an der du die Dicke der Rinde messen kannst, ohne dabei den Baum zu beschädigen. Berechne anschließend das Volumen der Baumrinde bis zu einer Höhe von zwei Metern.

Die Rinde der Stieleiche

Die Rinde der Korkeiche

Gehe nun in den Nutzpflanzengarten. Dieser befindet sich am Katzenburgweg, in unmittelbarer Nähe vom Haupteingang des Botanischen Gartens. Wenn du von der Meckenheimer Allee aus in den Katzenburgweg einbiegst, erreichst du nach etwa 100 Metern auf der linken Seite den Haupteingang zum Nutzpflanzengarten. Hier findest du die Korkeiche, aus deren Rinde Korken für Weinflaschen hergestellt werden.

C2 Schätze den Radius des Baumstamms und miss erneut die Dicke der Rinde. Wie viele Weinflaschen können mit der Rinde des Baumstamms verschlossen werden, wenn die Rinde vom Boden bis zu einer Höhe von zwei Metern zur Verfügung steht?

Spaziergang 08

Brunnenspiele

Brunnen am Sterntor

- Volumenberechnung zusammengesetzer Körper

Ort
Münsterplatz/Bottlerplatz,
Vivatsgasse,
Bushaltestelle „Friedensplatz"

Zeit
45 Minuten

Klasse 8-9

Material
Schreibmaterial, Zollstock,
Schnur, Taschenrechner,
0,5-Liter-Flasche, Stoppuhr

Das Sterntor ist als Rest der mittelalterlichen Stadtbefestigung übrig geblieben und steht heutzutage unter Denkmalschutz. Vor dem Tor befindet sich der Springbrunnen, um den es in dieser Aufgabe geht.

A1 Messt mit der Schnur den Umfang und den Durchmesser des Brunnens. Berechnet das Verhältnis von Umfang und Durchmesser. Kennt ihr die Zahl, die dabei herauskommt? Wie heißt sie?

Aus Sicherheitsgründen wird der Brunnen während der Vorweihnachtszeit im November mit Sand aufgeschüttet. Alternativ wird er mit einem runden Gitter, das auf der obersten Stufe aufliegt und bündig mit der oberen Treppenstufe des Brunnens ist, geschlossen. Nachdem der Weihnachtsmarkt vorbei ist, wird der Brunnen wieder freigelegt.

A2 Berechne, wie groß die Gitterfläche sein muss, die den Brunnen zudeckt.

A3 Sieh dir die Form des Brunnens genau an. In welche dir bekannte geometrische Körper kannst du das Innere des Brunnens unterteilen? Berechne das Gesamtvolumen des Brunnens.

Wusstest du schon?

Das Sterntor wurde etwa 1244 als Teil der Bonner Stadtmauer erbaut. Die Mauer verlief dort entlang der Vivatsgasse und Kasernenstraße. Seinen Namen verdankt das Tor der Sternstraße, die damals direkt auf das Sterntor zuführte. Sie hieß eigentlich Pisternenstraße, was vom Lateinischen „pistrina" für Bäckerei stammt. Mit der Zeit ging der erste Teil des Namens verloren und übrig blieb nur Sternstraße. 1898 wurde das Sterntor abgerissen, um den Verkehrsfluss zu verbessern. Im Jahr 1900 wurde es zum Teil aus Resten etwas weiter südlich an seiner heutigen Position wiedererrichtet.

A4 Für die Aufschüttung des Brunnens benötigt man Sand. Sand hat eine Dichte von 1600 Kilogramm je Kubikmeter. Wie viele Kilogramm Sand werden benötigt, um den Brunnen aufzuschütten? Ein LKW kann 28 Tonnen Sand transportieren. Ermittle, ob es reicht, wenn der LKW-Fahrer einmal vorbeikommt.

A5 Angenommen, der Abfluss des Brunnens sei verstopft. Miss mit einer Stoppuhr, wie lange es dauert, bis eine 0,5-Liter-Flasche mit Brunnenwasser gefüllt ist. Berechne, wie viel Wasser pro Minute in den Brunnen läuft und berechne, wie lange es dauern würde, bis dieser vollständig mit Wasser gefüllt ist.

A6 Nach wie vielen Minuten steht das Wasser im Brunnen einen halben Meter hoch?

B1 Ein ähnliches Brunnenmodell soll demnächst gebaut werden, alle Längen sollen aber um 100 % vergrößert werden. Fertige eine Skizze an und schreibe die entsprechenden Längen für die Radien und Treppenhöhen in deine Skizze.

B2 Berechne die Größe der Gitterfläche und das Gesamtvolumen des neuen Brunnens.

B3 Vergleiche mit deinen Ergebnissen aus den Teilaufgaben **A2** und **A3** und beschreibe, welche Auswirkung die Vergrößerung hat.

Wusstest du schon?

Auf- und Abbau für die Teer-Decke dauern jeweils etwa einen ganzen Tag. Die Vorbereitungen starten im November. Bis Januar ist der Brunnen bedeckt. Wenn der Brunnen wieder in Betrieb geht, spritzen zwölf Pumpen das Wasser in hohem Bogen in den Brunnen. Das Wasser fliegt dabei in der Form einer Parabel. Die Pumpen sind so geneigt, dass die zwölf Strahlen sich in der Mitte treffen.

Spaziergang 10

Treppensteigen leicht gemacht

Post Tower

- Steigung
- trigonometrische Funktionen
- Dreisatz

Ort
Post Tower, Bushaltestelle „Gronau Post Tower"

Zeit
120 Minuten

Material
Maßband, Schreibmaterial, Taschenrechner

Klasse 8–9

Steigungen begegnen uns im Alltag überall. Insbesondere im Straßenverkehr spielt der Begriff der Steigung eine wichtige Rolle. In der folgenden Aufgabe wirst du dich mit Steigungen an Treppen- und Rampenaufgängen beschäftigen. Du wirst die Steigung sowohl als prozentuale Größe als auch über den Steigungswinkel angeben und untersuchen, wie die beiden Größen zusammenhängen. Außerdem wirst du beobachten, inwiefern die trigonometrischen Funktionen im Zusammenhang mit der Steigung ein nützliches Werkzeug sein können.

Begib dich auf den Platz vor dem Post Tower. Umrunde das Gebäude zur Hälfte. Dort findest du eine Treppe, die zu einem unterhalb liegenden Park führt. Am Fuße der Treppenstufen befindet sich der Ausgangspunkt.

A1 Der Treppenaufgang besteht aus fünf Treppenabschnitten. Erstelle eine Skizze der gesamten Treppe in Seitenansicht. Aus dieser soll ersichtlich werden, aus wie vielen Treppenstufen jeder Treppenabschnitt besteht. Übernimm anschließend die abgebildete Tabelle in dein Heft.

A2 Miss die Höhe und die Tiefe einer einzelnen Treppenstufe (in Zentimetern) und berechne anschließend die prozentuale Steigung sowie den Steigungswinkel des untersten Treppenabschnittes. Halte deine Ergebnisse in der ersten Zeile der Tabelle fest. Die letzte Spalte in der Tabelle kannst du zunächst vernachlässigen. Du benötigst sie erst für Teilaufgabe **B4**.

Höhe Treppenstufe	Tiefe Treppenstufe	Prozentuale Steigung (%)	Steigungswinkel (Grad)	$\dfrac{\text{Steigungswinkel}}{\text{Prozentuale Steigung}}$ (Quotient der beiden Größen)

A3 Was kannst du über die prozentuale Steigung und den Steigungswinkel der anderen vier Treppenabschnitte sagen? Begründe ohne zu rechnen.

Die Maße einer Treppe unterliegen strengen Vorschriften, die dafür sorgen, dass eine Treppe möglichst bequem und ohne großen Aufwand begangen werden kann. Üblicherweise wird die Schrittmaßregel verwendet, um die Bequemlichkeit einer Treppe zu prüfen. Laut dieser Regel gilt eine Treppe als optimal, wenn zwei mal die Höhe einer Treppenstufe (S) plus die Tiefe einer Treppenstufe (A) dem Schrittmaß eines Menschen entspricht.

Kurz: $2 \cdot S + A = \text{Schrittmaß}$

Als Schrittmaß bezeichnet man die Schrittlänge eines Menschen (Abstand von Fußhinterkante zu Fußhinterkante).

B1 Miss dein Schrittmaß (in Zentimetern) und überprüfe, ob die Treppenabschnitte die Schrittmaßregel einhalten.

B2 Ein unsportlicher Mitarbeiter beschwert sich, dass es zu anstrengend sei, die Treppe hinaufzusteigen. Er schlägt vor, einen neuen Treppenaufgang mit niedrigeren Treppenstufen zu bauen. Konkret empfiehlt er, die Höhe der Treppenstufen zu halbieren und gleichzeitig die Tiefe der Treppenstufen um 25 Prozent zu erhöhen. Ist der Vorschlag des Mitarbeiters im Hinblick auf die Bequemlichkeit beim Begehen der Treppe sinnvoll? Begründe mit der Schrittmaßregel.

B3 Berechne nun die prozentuale Steigung und den Steigungswinkel des untersten Treppenabschnittes unter der Bedingung, dass die Treppenstufen die Maße aus Teilaufgabe **B2** haben. Trage deine Ergebnisse in die zweite Zeile der Tabelle ein.

Erinnerung: Zwei reelle Größen x und y heißen proportional zueinander, wenn sie immer in demselben Verhältnis zueinander stehen. Der Quotient y/x aus den beiden Größen heißt Proportionalitätsfaktor.

B4 Vergleiche die prozentuale Steigung und den Steigungswinkel für die unterschiedlichen Treppenstufengrößen. Sind die Größen proportional zueinander? Berechne die jeweiligen Quotienten aus Steigungswinkel und prozentualer Steigung und halte sie in der letzten Spalte der Tabelle fest.

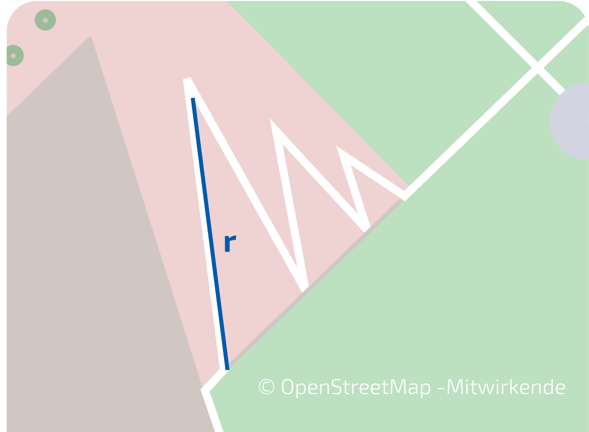
Bemerkung: Im Folgenden sollen alle Längenangaben in Metern angeführt werden.

C1 Wende dich nun der Zick-Zack-Rampe zu und betrachte den obersten Rampenabschnitt (in der folgenden Abbildung ist dieser blau gefärbt). Miss die Rampenlänge *r* vom obersten Treppenabsatz bis zum Knick und berechne anschließend die prozentuale Steigung des Rampenabschnittes.

C2 Wie lang wäre die Rampe, wenn sie nicht zick-zack-förmig verlaufen würde, sondern in Verlängerung des obersten Rampenabschnittes gerade weiterverlaufen würde?

C3 Miss die Länge der gesamten Zick-Zack-Rampe (ohne die waagerechten Teilabschnitte). Um wieviel Prozent ist die zick-zack-förmige Rampe kürzer/länger als die gerade verlaufende Rampe, deren Länge du in Teilaufgabe **C2** berechnet hast?

C4 Was kannst du aus dieser Information über die Steigungen der einzelnen Zick-Zack-Abschnitte im Vergleich zur Steigung des obersten Abschnittes folgern?



Spaziergang II

Auf den Spuren von Felix Hausdorff

Weg berühmter Persönlichkeiten

- Flächeninhalte von Kreisen
- Funktionen
- Mengen

Ort
Bonngasse,
Bus- und Stadtbahnhaltestelle
„Bertha-von-Suttner-Platz“

Zeit
30 Minuten

Material
Schreibmaterial,
Geodreieck, Lineal,
Taschenrechner

Klasse 8–9

In der Bonngasse lassen sich bedeutende Bonner aus zahlreichen Disziplinen finden. Das wohl prominenteste Beispiel ist der Komponist Beethoven, der in der Bonngasse sogar geboren wurde. Bonn ist aber auch bekannt für seine Mathematiker. Einer von ihnen ist Felix Hausdorff. Auch er ist in der Bonngasse verewigt. Im Jahre 1910 hatte er erstmals einen Lehrstuhl in Bonn inne. Nach einem achtjährigen Aufenthalt in Greifswald ab 1913 kehrte er schließlich 1921 nach Bonn zurück, wo er den Rest seines Lebens verbrachte. Er betätigte sich als Forscher, Lehrer und unter dem Pseudonym Paul Mongré als Literat und Philosoph. Da er als Jude unter dem nationalsozialistischen Regime fürchtete deportiert zu werden, nahm er sich im Jahre 1942 zusammen mit seiner Frau und seiner Schwägerin das Leben.

Heute wollen wir das in den Boden eingelassene Denkmal verwenden, um beispielhaft einige Gebiete der Mathematik zu erkunden.

A1 Bestimme die Fläche des Kreises, in dem Felix Hausdorff abgebildet ist.

Wusstest du schon?

Der „Weg berühmter Persönlichkeiten“ zieht sich seit 2005 durch die Bonner Innenstadt. Aktuell sind hier 23 Persönlichkeiten, die in Bonn auf besondere Weise gewirkt haben, mit einem eigenen Denkmal verewigt. Besucher sehen in der Bonngasse in den Boden eingelassene quadratische Metallplatten, in deren Mitten sich kreisförmige Glasscheiben mit Porträts und Lebensdaten der berühmten Köpfe der Stadt befinden.

Wusstest du schon?

Ein nach Felix Hausdorff benannter „Hausdorff-Raum" ist eine besondere Menge. Das kannst du dir so vorstellen: Bestimmte Mengen sind wie große auf den Boden gemalte Kreise. Wenn du jetzt zwei Steinchen in den Kreis legst, kannst du mit Kreide um jeden Stein einen kleinen Kreis malen. Das geht, solange sich die Steinchen nicht berühren — egal wie nah sie sich sind. Wenn das immer klappt, egal wo die Steinchen liegen, nennt man die Menge Hausdorff-Raum. Im Mathematikzentrum an der Universität gibt es auch einen Hausdorff-Raum. Dort finden viele Treffen von Bonner Mathematikern statt.

A2 Wie groß ist die Metallfläche, die den Kreis umschließt?

A3 Betrachte die Schrift unterhalb des Portraits und berechne die Länge dieses Schriftzuges, indem du sie als Teil des Umfangs eines geeigneten Kreises betrachtest.

A4 Gib an, wie alt Felix Hausdorff geworden ist.

A5 Wie viele Steine umrahmen das Quadrat, in dem Felix Hausdorff abgebildet ist? Wie viele Steine umrahmen diese Umrahmung? Betrachte die nebenstehende Abbildung zur Veranschaulichung, was mit Umrahmung gemeint ist. Finde Formeln, die

- die Anzahl der Steine der Umrahmung
- die Anzahl der Steine innerhalb der Umrahmung (inklusive denen der Umrahmung)

in Abhängigkeit der Umrahmungstiefe angeben.

A6 Wie viele Steine sind in dem größtmöglichen, Hausdorff umrahmenden, Quadrat? Wie groß ist die Gesamtfläche dieser Steine?

Felix Hausdorff hat sich in vielen seiner mathematischen Arbeiten mit Mengen beschäftigt. Mengen kannst du dir als Zusammenfassung von Objekten vorstellen. Diese Objekte werden Elemente einer Menge genannt. Für die Angabe einer Menge schreibt man die Elemente mit einem Komma oder Semikolon getrennt in geschweifte Klammern.

Beispiele für Mengen sind:

$M_1 = \{\text{Hund, Katze, Maus}\}$
$M_2 = \{1\}$
$M_3 = \{2{,}5;\ 3;\ \frac{1}{3}\}$

B1 Wir fassen nun Buchstaben als Elemente einer Menge auf. Dabei unterscheiden wir nicht zwischen Groß- und Kleinschreibung (es gilt also $A = a$). Bestimme zu jedem der drei Wörter „Felix", „Hausdorff" und „Mathematiker" eine möglichst kleine Menge von Buchstaben, aus denen du das Wort bilden kannst. Notiere diese Menge in der erläuterten Notation.

B2 Bestimme für je zwei dieser Mengen

- die Menge, die die Elemente enthält, die in beiden Mengen enthalten sind (ihren Durchschnitt) sowie
- die Menge, die die Elemente von beiden Mengen enthält (ihre Vereinigung).

B3 Was ist der Durchschnitt beziehungsweise die Vereinigung aller drei Mengen?

A5

Wusstest du schon?

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Formeln zu formulieren, mit denen wir z.B. die Anzahl von Steinen beschreiben können. Einmal gibt es sogenannte „rekursive Formeln", bei denen sich der aktuelle Schritt – die n-te Rechnung – auf den vorherigen Schritt – die (n-1)-te Rechnung – bezieht. Wenn man also einen bestimmten Schritt berechnen möchte, muss man alle vorherigen Schritte schon berechnet haben! Eine zweite Möglichkeit sind „geschlossene Formeln", bei denen wir einen Wert – z.B. eine 10 für die zehnte Rechnung – einsetzen und das Ergebnis *sofort* berechnen können. Mal ist die eine Methode praktischer, mal die andere.

Spaziergang 12

Sonnenstrahlen auf Bronze

Skulpturenkreis „Frauen De Formation“

- Strahlensätze
- Satz des Pythagoras
- pythagoreische Zahlentripel
- Kreisring

Ort
Post Tower, Bushaltestelle „Gronau Post Tower“

Zeit
90 Minuten

Material
Schreibmaterial, Geodreieck, Taschenrechner, Schere, Maßband, (viel) Schnur

Klasse 9

Die Strahlensätze gehören zu den wichtigsten Aussagen der Elementargeometrie. Sie befassen sich mit Streckenverhältnissen und ermöglichen es, bei vielen geometrischen Überlegungen unbekannte Streckenlängen zu ermitteln. Ausgehend von deinem Wissen über Ähnlichkeit bei Dreiecken wirst du in verschiedenen Anwendungssituationen erfahren, wie mithilfe der Strahlensätze unbekannte Längen ermittelt werden können.

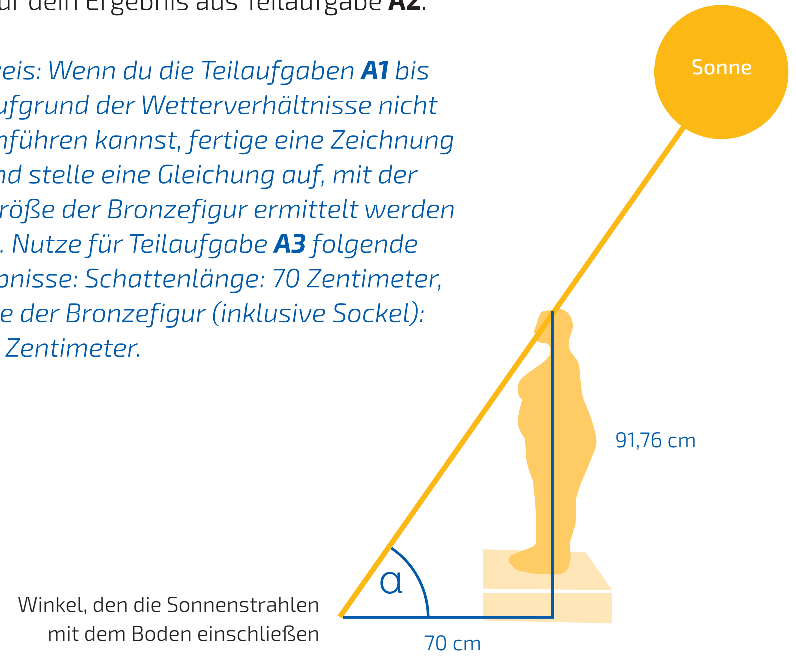
Begib dich auf die Wiese rechts vom Post Tower. Dort befindet sich der Skulpturenkreis „Frauen De Formation“ von Tina Schwichtenberg. Es handelt sich um eine Gruppe von Frauen, die im Kreis angeordnet sind.

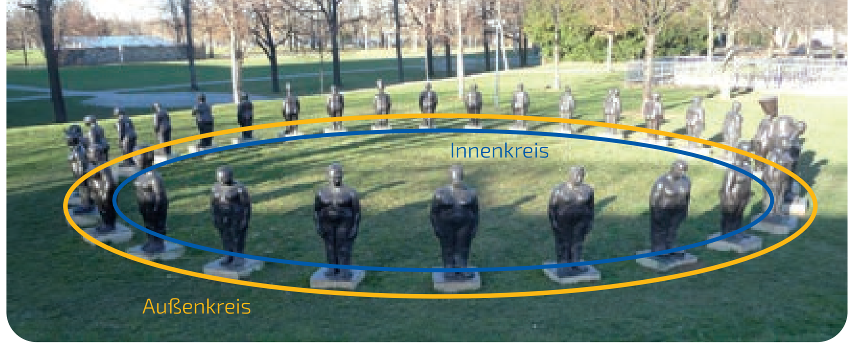
A1 Betrachte alle 30 Bronzefiguren und wähle eine der Figuren aus, die einen deutlichen Schatten wirft. Miss die Schattenlänge der Figur. Schließe dich anschließend mit einem Mitschüler oder einer Mitschülerin zusammen und miss sowohl seine/ihre Größe als auch seine/ihre Schattenlänge, wenn er/sie auf einer geraden Ebene steht.

A2 Bestimme die Größe der Bronzefigur (ohne Sockel) sowohl zeichnerisch als auch rechnerisch. Verwende dazu die Eigenschaften ähnlicher Dreiecke. Kontrolliere deine Rechnung durch Nachmessen.

A3 Berechne den Winkel, den die Sonnenstrahlen mit dem Boden einschließen. Nutze hierfür dein Ergebnis aus Teilaufgabe **A2**.

*Hinweis: Wenn du die Teilaufgaben **A1** bis **A3** aufgrund der Wetterverhältnisse nicht durchführen kannst, fertige eine Zeichnung an und stelle eine Gleichung auf, mit der die Größe der Bronzefigur ermittelt werden kann. Nutze für Teilaufgabe **A3** folgende Ergebnisse: Schattenlänge: 70 Zentimeter, Größe der Bronzefigur (inklusive Sockel): 91,76 Zentimeter.*





Skulpturenkreis „Frauen De Formation" mit Außenkreis und Innenkreis

Es ist überliefert, dass im alten Ägypten sogenannte Seilspanner die Aufgabe hatten, mit Knotenseilen rechte Winkel zu bilden, um die Felder nach der jährlichen Überschwemmung des Nils neu zu vermessen.

In den folgenden Aufgabenteilen sollst du herausfinden, wie sie dies bewerkstelligt haben könnten. Die Teilaufgaben ***B1*** *und* ***B2*** *sind in Dreiergruppen zu bearbeiten.*

B1 Stellt euer eigenes Knotenseil her. Schneidet dazu 150 Zentimeter der Schnur ab und setzt nach zwanzig Zentimetern den ersten Knoten. Setzt zehn Zentimeter dahinter den nächsten Knoten; kontrolliert vor dem Festziehen mit dem Lineal. Setzt auf diese Weise hintereinander die ersten 11 Knoten. Verknotet nun die Enden zum 12. Knoten und schneidet die überstehenden Teile ab. Achtet darauf, dass je zwei Knoten genau einen Abstand von zehn Zentimetern haben.

B2 Nehmt das 12-Knotenseil und spannt damit Dreiecke auf. Dabei sollen drei der Knoten die Eckpunkte des Dreiecks bilden. Wie viele verschiedene 12-Knoten-Dreiecke könnt ihr finden? Zeichnet die gefundenen Dreiecke in euer Heft und gebt jeweils die Seitenlängen in Knotenabständen an.

B3 Welches der 12-Knoten-Dreiecke beinhaltet einen rechten Winkel? Überprüfe deine Vermutung mit einem Geodreieck. Welcher bekannte Satz versichert dir die Korrektheit deiner Überlegung?

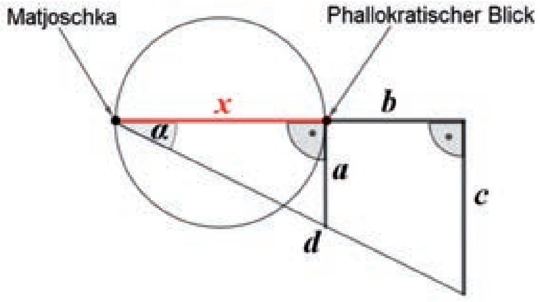
B4 Kann man auch mit einem „30-Knotenseil" ein rechtwinkliges Dreieck aufspannen? Begründe.

Die Figuren bilden mit den Sockeln, auf denen sie stehen, zwei Kreise: einen Innenkreis und einen Außenkreis (siehe Abbildung). Im Folgenden soll der Durchmesser des Außenkreises berechnet werden. Dabei ist es jedoch verboten, den Kreis zu betreten.

C1 Sucht in Dreiergruppen nach Möglichkeiten, die es euch erlauben, den Durchmesser des Außenkreises zu bestimmen, ohne den Kreis zu betreten. Diskutiert in der Gruppe Vor- und Nachteile eurer Überlegungen.

Eine Möglichkeit zur Bestimmung des Durchmessers bietet der Strahlensatz. Die Abbildung „Methode zur Bestimmung des Durchmessers des Außenkreises" soll dir dabei helfen, den Abstand zwischen den Figuren „Matjoschka" und „Phallokratischer Blick" zu bestimmen. Eine in den Boden eingelassene Messingtafel kann dir dabei behilflich sein, die beiden gesuchten Figuren ausfindig zu machen.

C2 Bildet für diese Aufgabe Sechsergruppen. Steckt die in der Abbildung eingezeichneten Strecken *a*, *b*, *c* und *d* mit der Schnur ab. Nutzt das 12-Knotenseil, um rechte Winkel abzumessen. An jedem Eckpunkt sollte ein Schüler oder eine Schülerin positioniert sein, um dort das Seil festzuhalten, während ein/e weitere/r Mitschüler/-in das Abmessen der Strecken übernimmt. Notiert die Messergebnisse für *a*, *b* und *c* in eurem Heft.



Methode zur Bestimmung des Durchmessers des Außenkreises

C3 Finde in der von dir abgesteckten Konstruktion zwei ähnliche Dreiecke und kennzeichne sie in der Abbildung. Begründe, warum die von dir ausgewählten Dreiecke ähnlich zueinander sind.

C4 Finde ausgehend von deiner Überlegung in Teilaufgabe **C3** einen Weg, um den Durchmesser des Außenkreises zu berechnen.

D1 Vermiss den Sockel, auf dem die Figuren stehen. Berechne anschließend den Durchmesser des Innenkreises, den die Figuren bilden.

D2 Wie groß ist der Flächeninhalt zwischen dem Außenkreis und dem Innenkreis? Diese Fläche wird Kreisring genannt.

Spaziergang 13

Der Bus kommt relativ häufig: Absolut!

Friedensplatz

- Datenerhebung
- arithmetisches Mittel
- Median
- absolute und relative Häufigkeit
- Baumdiagramm
- empirische Verteilungsfunktion

Ort
Friedensplatz,
Bushaltestelle „Friedensplatz“

Zeit
Jeweils 45 Minuten für A
und 45 Minuten für B

Material
Schreibmaterial, Stoppuhr

Klasse 9

Der Friedensplatz ist zentral in der Bonner Innenstadt gelegen. Durch die Nähe zur Fußgängerzone wird der Platz von vielen Menschen besucht. Oft finden kleinere Veranstaltungen, Antikmärkte und Informationsstände auf der Mitte des Platzes statt. Ursprünglich war der Friedensplatz ein Knotenpunkt im Straßenbahnnetz, der 1974 jedoch an die Thomas-Mann-Straße verlegt wurde. Stattdessen wurde eine große Bushaltestelle am Rande des Platzes errichtet, die von zahlreichen Buslinien angefahren wird. Dadurch hat der Friedensplatz trotz der Fußgängerzone eine sehr gute Erreichbarkeit.

A1 Beobachte für 15 Minuten alle ankommenden Busse und zähle, wie viele Menschen pro Bus am Friedensplatz aussteigen. Übertrage hierzu folgende Tabelle in dein Heft und trage deine Werte ein. Ergänze weitere Spalten, wenn mehr als zehn Busse ankommen.

Busnummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl der aus dem jeweiligen Bus aussteigenden Menschen										

Wusstest du schon?

Jedes Jahr nutzen rund 92 Millionen Fahrgäste Busse und Bahnen in Bonn. Dazu sind auf Bonns Straßen über 300 Fahrzeuge im Einsatz. Fast alle Buslinien fahren über den Hauptbahnhof.

A2 Berechne nun mit deinen Angaben aus Teilaufgabe **A1** den Modus, also den am häufigsten vorkommenden Wert, den Median sowie den arithmetischen Mittelwert. Wodurch unterscheiden sich die drei Mittelmaße?

A3 Stelle mithilfe deiner gezählten Werte eine Häufigkeitstabelle auf, die die absoluten und relativen Häufigkeiten der Anzahlen der aussteigenden Menschen angibt. Nutze hierzu folgende Tabelle:

A4 Zeichne die empirische Verteilungsfunktion der auftretenden Anzahlen der aussteigenden Menschen in ein Koordinatensystem und beschreibe das Ergebnis mit eigenen Worten.

*Teilt nun die Klasse in vier gleich große Gruppen ein. Jede Gruppe stellt sich nun an jeweils eine der vier Bushaltebuchten. Die Teilaufgaben **B1** und **B2** werden gleichzeitig innerhalb der Gruppe in 15 Minuten ausgeführt.*

Anzahl aussteigender Menschen										
Absolute Häufigkeit										
Relative Häufigkeit										

B1 Beobachte bei jedem Bus, ob er bei deiner Haltebucht hält oder nicht. Zähle, wie oft ein Bus, der in deine Haltebucht will, wegen eines vorherfahrenden Busses warten muss, um an deine Haltestelle zu fahren.

B2 Miss mit einer Stoppuhr, wie viel Zeit pro Bus für das Warten bis zur Einfahrt in deine Haltebucht verloren geht. Wie wahrscheinlich ist es, dass an deiner Haltestelle ein Bus warten muss, bevor er in die Haltebucht einfahren kann?

B3 Berechne die durchschnittliche Wartezeit der Busse, die wirklich warten müssen. Berechne auch den Durchschnitt der Wartezeiten aller Busse. Den Bussen, die nicht warten müssen, wird dabei die Wartezeit 0 zugeteilt.

B4 Diskutiert gemeinsam, ob die Konzeption mit vier Haltebuchten sinnvoll ist. Findet Pro- und Kontra-Argumente für die derzeitige Konzeption mit den Haltebuchten. Würde weniger Zeit verloren gehen, wenn jeder Bus dort hält, wo noch Platz ist? Was wäre dabei zu beachten?

Spaziergang 14

Die „Kugeln" unseres Sonnensystems

Planetenweg

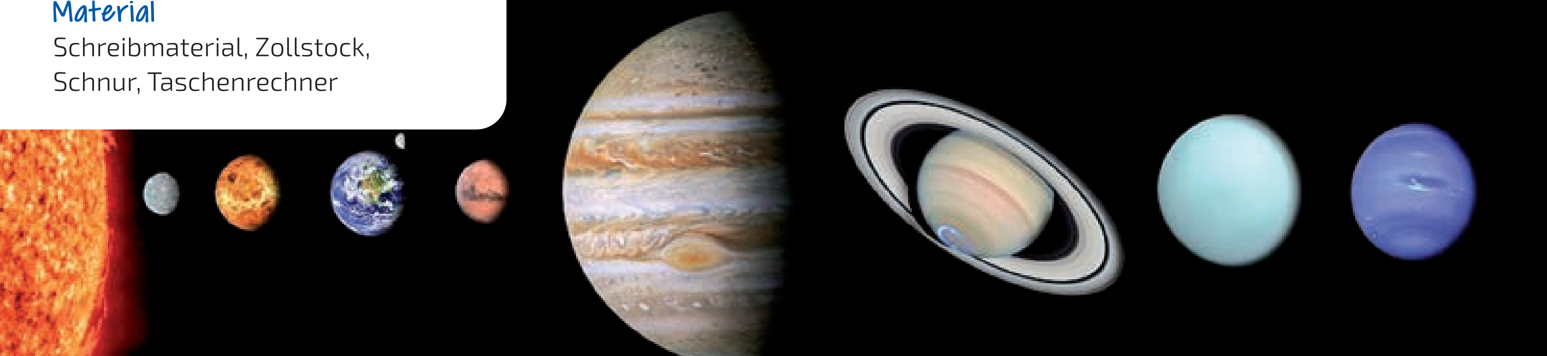
- Volumen- und Oberflächenberechnung von Kugeln
- Prozent- und Maßstabsrechnung

Klasse 9

Ort
Stresemannufer, Stadtbahnhaltestelle „Heussallee/Museumsmeile"

Zeit
120 Minuten

Material
Schreibmaterial, Zollstock, Schnur, Taschenrechner



Unser Sonnensystem mit den Himmelskörpern Sonne, Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun

Unser fast 4,6 Milliarden Jahre altes Sonnensystem besteht aus der Sonne, ihren acht Planeten und deren Monden, den Zwergplaneten und Millionen von Kleinkörpern wie beispielsweise Asteroiden und Kometen. Sie alle kreisen um die Sonne, welche das Zentrum des Systems bildet und unser Leben auf der Erde ermöglicht.

Der Bonner Planetenweg bildet unser Sonnensystem stark verkleinert im Maßstab 1 : 1 Milliarde ab und hat eine Länge von 5,946 Kilometern. An jeder Station findet man eine Bronzetafel, auf welcher der jeweilige Planet reliefartig mit einigen Kurzinformationen dargestellt ist. Die Modellanlage entstand auf Initiative der Bonner Bertolt-Brecht-Gesamtschule und wurde im September 2002 eingeweiht.

A1 Begib dich zur ersten Station des Planetenweges: DIE SONNE. Informiere dich auf der Tafel über den Durchmesser der Sonne. Berechne mit diesem Wert ihren Umfang und bestimme mithilfe des Maßstabs, wie groß der Umfang einer maßstabsgetreuen Modellsonne sein müsste.

Die Sonne des Planetenweges

Informationstafel über die Sonne

A2 Miss den Umfang anschließend im Modell mithilfe einer Schnur nach und vergleiche mit deinem Rechenergebnis. Diskutiere mögliche Gründe für eine Abweichung.

A3 Ermittle, um wie viel Prozent der Radius der Modellsonne vergrößert wurde. Um wie viel Prozent nimmt das Volumen der Kugel dabei zu?

A4 Berechne, wie groß die Oberfläche der Modellsonne ist. Wie groß wäre sie gewesen, hätte man die Modellsonne mit maßstabsgetreuem Umfang gebaut? Um wie viel Prozent nimmt die Oberfläche der Kugel zu?

A5 Die Modellsonne soll einen neuen Anstrich bekommen. Dazu soll sie zweimal mit gelber Farbe bestrichen werden. Man benötigt pro Quadratmeter 250 Milliliter Farbe. Die Farbe kann zusätzlich mit einer Menge an Wasser verdünnt werden, die fünf Prozent des Flüssigkeitsvolumens der Farbe entspricht. Berechne, wie viel Liter Farbe für den Anstrich eingeplant werden müssen, wenn diese zusätzlich mit Wasser verdünnt wird. Wie viel Farbe hätte man für die maßstabsgetreue Sonne benötigt?

Kugel vor dem UN-Gebäude

B1 Begib dich zur großen Kugel vor dem UN-Gebäude. Betrachte zunächst dieses Kunstwerk. Gib an, welche Fläche entsteht, wenn du einen Schnitt durch eine allgemeine Kugel machst. Wann ist diese Fläche am größten beziehungsweise am kleinsten? Beachte, dass es mehrere Lösungen gibt.

DIE ERDE ist Ursprungsort und Heimat aller bekannten Lebewesen. Da die Erdoberfläche zu über zwei Dritteln aus Wasser besteht, wird sie auch der Blaue Planet genannt. Um die Sonne einmal zu umkreisen, benötigt sie 365,256 Tage. Dabei dreht sie sich zusätzlich in 24 Stunden einmal um die eigene Achse, sodass für uns Tag und Nacht entstehen.

B2 Gehe nun zur vierten Station des Planetenweges: DIE ERDE UND DER MOND. Miss den Umfang der Modellerde mithilfe einer Schnur an ihrer breitesten Stelle ab und übertrage die Modelllänge mithilfe des Maßstabs in die Wirklichkeit. Berechne, unter Verwendung der Information auf der Tafel, den tatsächlichen Umfang der Erde. Vergleiche deine Ergebnisse und diskutiere mögliche Gründe für eine Abweichung.

B3 Der Philosoph Platon hielt die Erde, aus Gründen der Stabilität, für einen Würfel. Gib die Kantenlänge a eines Würfels mit einem Volumen von $1{,}087 \cdot 10^{12}$ km^3 an. Wie groß ist seine Oberfläche?

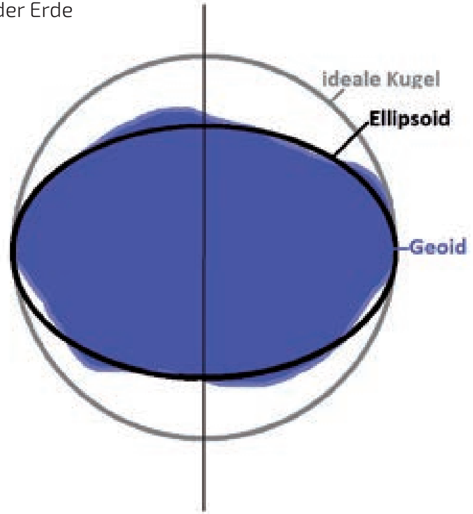
Die Erde

Informationstafel über die Erde

B4 Aristoteles begründete circa 300 v. Chr. mit ersten wissenschaftlichen Beobachtungen schließlich die Kugelform der Erde. Bestimme die Oberfläche und das Volumen einer kugelförmigen Erde. Vergleiche mit deinem Ergebnis aus Teilaufgabe **B3**. Wie groß ist die Differenz der Oberflächen?

B5 Bedingt durch die Erdrotation ist die Erde an den Polen abgeflacht und damit keine Kugel, sondern ein Rotations-Ellipsoid. Physikalisch gesehen ist die Form der Erde noch komplizierter. Die Erde wird als unregelmäßiger Körper, der als Geoid bezeichnet wird, betrachtet. Die Erdoberfläche ist zudem nicht glatt, sondern durch Berge und Täler zerklüftet. Überlege dir, was dies für die Oberfläche bedeutet und begründe deine Antwort.

Die Form der Erde



B6 Um den Äquator der Erde sei eng anliegend ein Seil gespannt. Das Seil hat also genau die Länge des Erdumfangs. Nun wird das Seil um einen Meter verlängert und so gespannt, dass es von der Erdoberfläche einen konstanten Abstand hat. Fertige eine Skizze an. Wie groß ist dieser Abstand?

In der Nähe der Station findest du einen Gullideckel. Probiere die Aufgabe dort mit der Schnur aus, die du um zehn Zentimeter verlängerst. Wie groß ist hier der Abstand? Berechne die Aufgabe anschließend in deinem Heft.

Der Mond und die Erde

C1 Auf der Informationstafel erkennst du neben der Erde auch den Mond. Die Durchmesser der beiden Himmelskörper stehen circa im Verhältnis 11 : 3. Vergleiche Oberfläche und Volumen der beiden „Kugeln" unter Verwendung von Teilaufgabe **B4** und gib jeweils das Verhältnis der berechneten Größen an.

C2 Miss den Abstand zwischen Erdmittelpunkt und dem Mittelpunkt des Mondes auf der Bronzetafel ab. Übertrage die Länge in die Wirklichkeit und nimm an, dass die Mondbahn um die Erde kreisförmig verläuft. Berechne die Länge der Mondbahn.

C3 Im Mittel benötigt der Mond 27,32 Tage, um die Erde einmal vollständig zu umkreisen. Welche Strecke legt der Mond an einem Tag zurück? Zum Vergleich sind es von Bonn bis Rom mit dem Auto circa 1400 Kilometer. Wie oft müsste eine Person, die mit dem Auto in Bonn startet, diese Strecke abfahren, um insgesamt die Mond-Tagesstrecke zurückzulegen?

C4 Berechne, mit welcher Geschwindigkeit in Kilometer pro Sekunde sich der Mond fortbewegt. Wie viel mal schneller ist er als Michael Schumacher, wenn du von seiner schnellsten Durchschnittsgeschwindigkeit in einem Formel 1-Rennen ausgehst, welche 247,5 Kilometer pro Stunde betrug?

Wusstest du schon?

Die Mondbahn ist genau genommen kein Kreis, sondern eine Ellipse. Der Abstand des Mondes zur Erde verändert sich deshalb im Verlauf der Umkreisung, sodass uns der Mond zu unterschiedlichen Zeiten verschieden groß erscheint.

Spaziergang 15

Einfach Spitze!

Bundeskunsthalle

- Berechnungen an Zylindern, Pyramiden und Kegeln

Ort
Bundeskunsthalle, Stadtbahnhaltestelle „Heussallee/Museumsmeile“

Zeit
90 Minuten

Material
Schreibmaterial, Geodreieck, Zollstock, Maßband oder Schnur (50 Meter), Taschenrechner

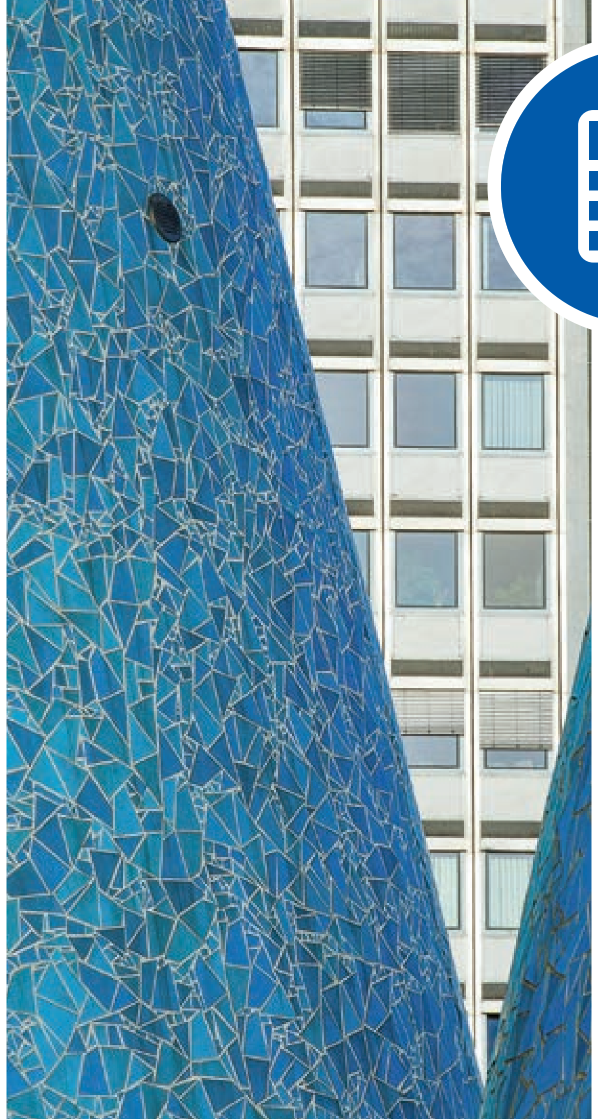
Klasse 9

Die Kunst- und Ausstellungshalle der Bundesrepublik Deutschland, oder kurz die Bundeskunsthalle, ist ein wichtiger Ort der Kunst, Kultur und Wissenschaft. Sie präsentiert nicht nur Kunst aller Art, sondern ist mit ihrem markanten Bau und der bepflanzten Dachlandschaft auch selbst ein architektonischer Blickfang mit geometrischen Elementen.

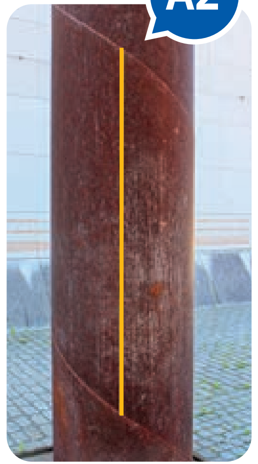
A1 Begib dich vor die Bundeskunsthalle und betrachte die 16 braun-rötlichen Stahlsäulen, welche die 16 Bundesländer der Bundesrepublik Deutschland symbolisieren. Schätze die Höhe einer solchen Säule.

A2 Wenn du den Aufbau einer Säule genauer betrachtest, entdeckst du eine helle Linie, die spiralförmig um die Säule herumführt. Wie viele Windungen umfasst eine Säule? Miss den Abstand zwischen den Windungen und berechne damit die Höhe der Säule.

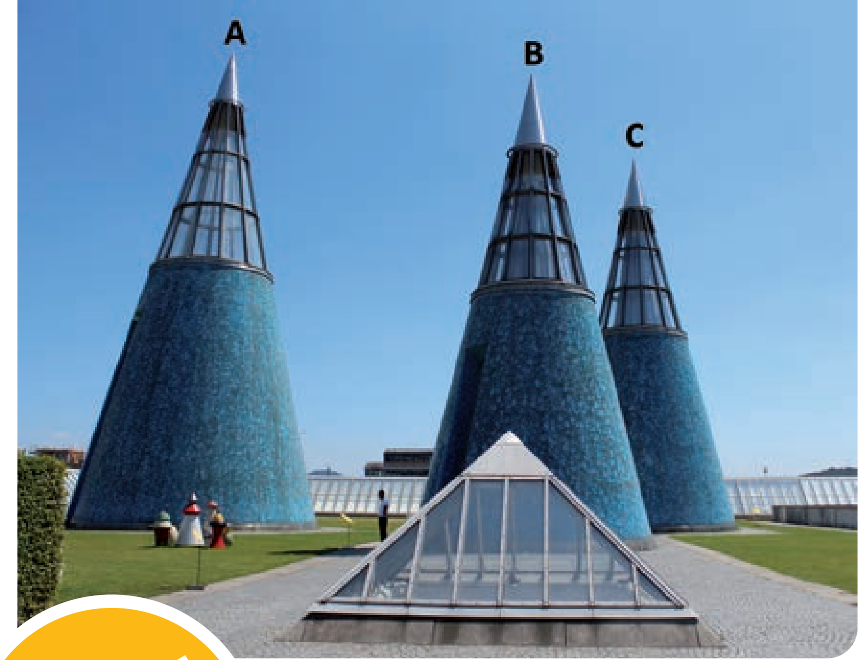
A3 Die Säulen sind von innen hohl und haben eine Dicke von sechs Zentimetern. Berechne das Volumen einer Säule und gib auch das Volumen des Hohlraumes an.



A2



Stahlsäule



Dachgarten der Bundeskunsthalle

B1 Begib dich nun auf das Dach der Bundeskunsthalle. Hier befinden sich die drei großen Lichttürme (*A*, *B*, *C*) und eine Pyramide, die du im Folgenden genauer betrachten sollst. Gehe zuerst zur Pyramide und fertige eine Schrägbildzeichnung von ihr an.

B2 Miss mit dem Zollstock die Seitenlänge der quadratischen Grundfläche der Pyramide am Ende der Glasscheiben sowie die Höhe der dreieckigen Seitenfläche von der Pyramidenspitze bis zum Ende der Glasscheibe. Trage die Längen in deine Skizze ein.

B3 Bestimme mithilfe deiner Skizze und dem Satz des Pythagoras die Höhe der Pyramide.

B4 Berechne die Mantelfläche der Pyramide (bestehend aus den vier dreieckigen Seitenflächen) und den prozentualen Anteil, der davon aus Glas ist.

B5 Betrachtet man nur den mit Glas besetzten Teil der Pyramide, so entsteht aus der Pyramide ein Pyramidenstumpf. Wie groß ist sein Volumen?

B6 Nutze die Formel des Pyramidenvolumens und berechne folgende Aufgabe in Abhängigkeit der Variablen ***a***. Einem Würfel mit Kantenlänge ***a*** werden auf allen Seitenflächen identische quadratische gerade Pyramiden aufgesetzt. Dadurch vergrößert sich das Volumen der Figur um drei Fünftel des ursprünglichen Würfelvolumens. Wie hoch sind die aufgesetzten Pyramiden?

C1 Betrachte nun die drei Lichttürme. Welchem geometrischen Körper entspricht ihre Form?

C2 Schätze die Höhe des Lichtturms *C*, wenn Lichtturm *B* eine Höhe von 16 Metern hat.

C3 Miss den Umfang der Grundfläche von Lichtturm *C* mithilfe der Schnur ab und berechne den Flächeninhalt.

C4 Berechne nun die Höhe von Lichtturm *C*, wenn das Volumen 443,17 Kubikmeter beträgt. Vergleiche dein Ergebnis mit deiner Schätzung aus Teilaufgabe **C2**.

C5 Berechne das Volumen von Lichtturm *A*, indem du den Radius der Grundfläche bestimmst und verwendest, dass die Höhe 12,5 mal größer ist als die der Pyramide aus Teilaufgabe **B2**.

C6 Fertige eine Schrägbildzeichnung des Lichtkegels *A* an und trage die dir bekannten Längen in deine Zeichnung ein. Berechne die Länge der Mantellinie des Lichtturms *A* und gib die Größe der Mantelfläche des Kegels an.

D1 In den beiden letzten Aufgabenteilen hast du dich mit den Formeln für die Volumenberechnung einer Pyramide und eines Kegels beschäftigt. Vergleiche nun diese beiden Formeln miteinander. Benenne Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

D2 Wann haben Pyramide und Kegel mit gleicher Höhe auch das gleiche Volumen?

D3 Wie groß muss der Radius eines Kegels mit einer Höhe von zwölf Metern sein, damit er das gleiche Volumen wie eine quadratische gerade Pyramide mit einer Seitenlänge von sechs Metern und einer Höhe von zwölf Metern hat?

D4 Nutze die Formeln der Volumina von Kegel und Pyramide und berechne folgende Aufgabe in Abhängigkeit von b. Ein Kreiskegel hat den Grundflächendurchmesser 4b und die Höhe 5b. Berechne wie hoch eine gerade quadratische Pyramide ist, deren Volumen gleich dem Kegelvolumen ist und deren Grundkante 4b misst.

Wusstest du schon?

Die fünf Häuser der Museumsmeile Bonn, zu denen auch die Bundeskunsthalle gehört, laden jedes Jahr zu einem großen Fest auf der Museumsmeile ein. Mit jährlich über 1,5 Millionen Besuchern ist die Museumsmeile eines der bedeutendsten touristischen Highlights der Stadt Bonn. Es stehen Musik, Theater, Workshops und viele Mitmachangebote für die ganze Familie rund um die aktuellen Ausstellungen auf dem Programm.

Spaziergang 16

Wachstum der Seerosen: Exponentiell!

Lyrabecken

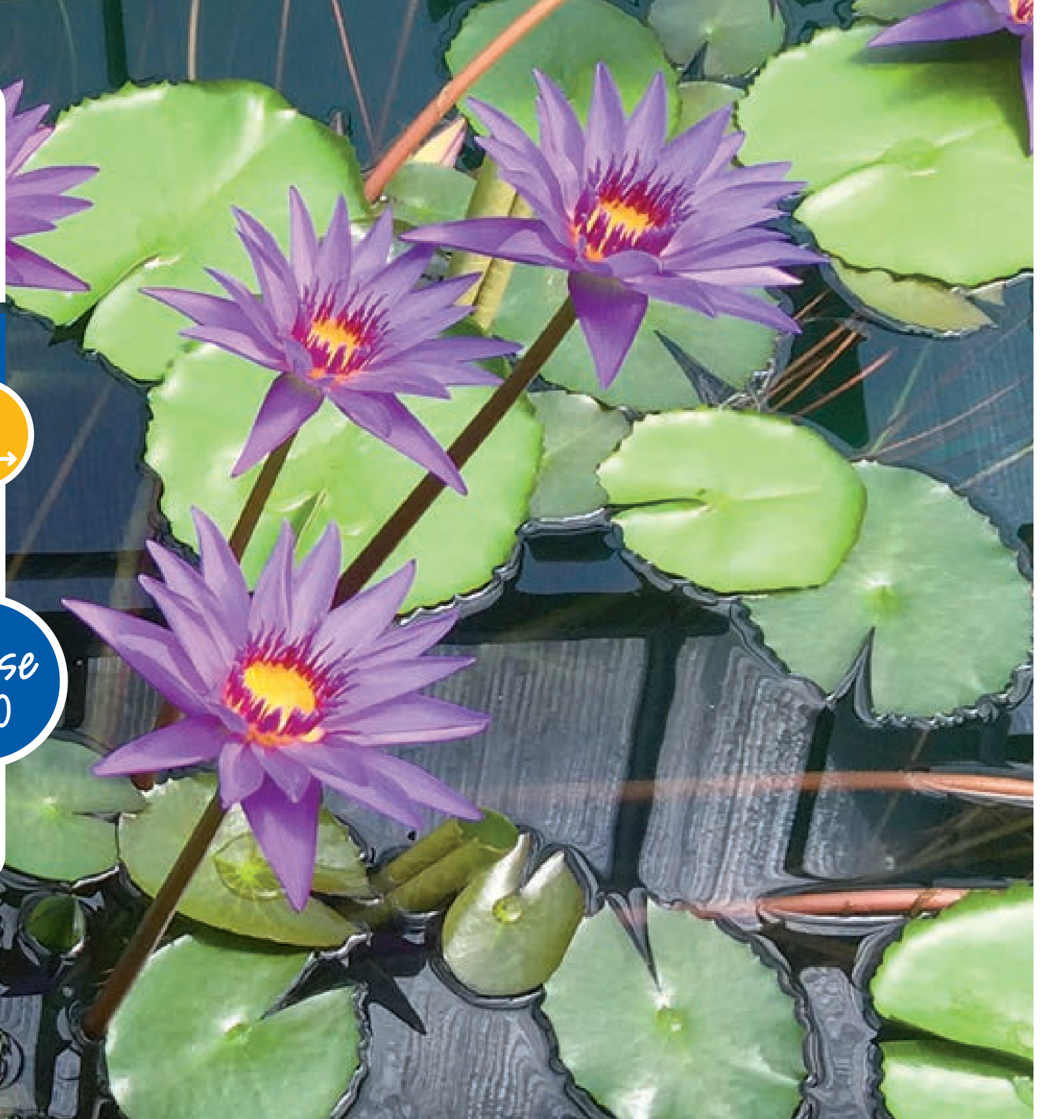
- Exponentialfunktionen
- Definitions- und Wertebereich

Klasse 9-10

Ort
Botanische Gärten der Universität Bonn, Bushaltestelle „Am Botanischen Garten"

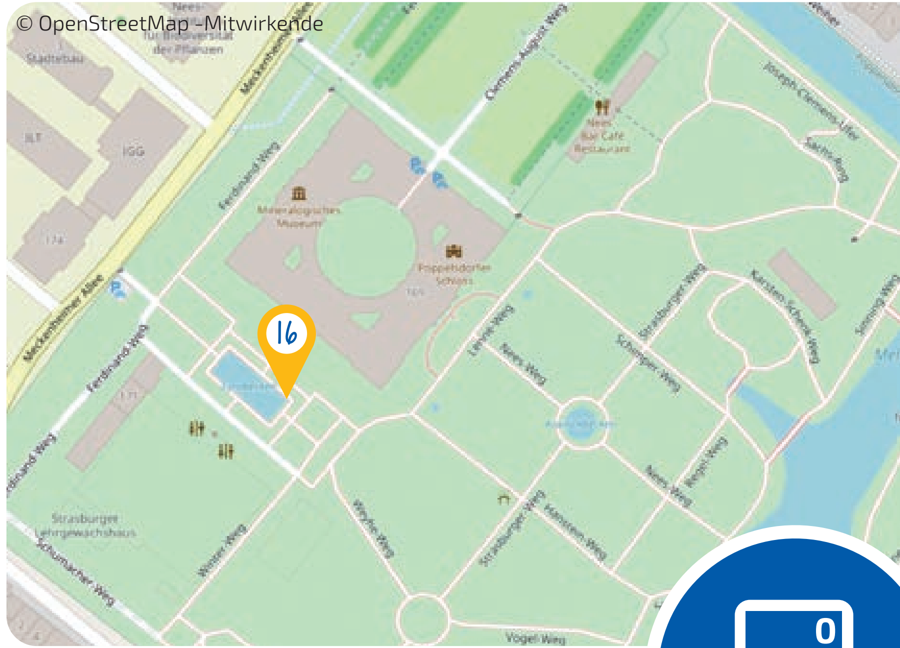
Zeit
45 Minuten

Material
Schreibmaterial, graphischer Taschenrechner, Lineal, Schnur, Maßband



Die Lyra des Bildhauers Ladis Schwartz schmückt seit 1985 das Wasserbecken vor den Gewächshäusern des Botanischen Gartens. Doch nicht nur die Bronzeskulptur lockt jährlich viele Besucherinnen und Besucher an, sondern auch die blühenden Seerosen, die sich schon im Frühsommer finden lassen.

Begib dich zum Lyrabecken im Botanischen Garten.



Wusstest du schon?

Die Geschichte der Botanischen Gärten in Bonn geht bis ins 16. Jahrhundert zurück. Heute sind die Gärten etwa 12 Hektar groß und beherbergen auch eine Titanwurz. Der Blütenstand der Titanwurz ist mit fast vier Metern der größte im ganzen Pflanzenreich.

Das Lyrabecken mit Blick vom Eingang des Botanischen Gartens

A1 Miss die Seitenlängen des großen Beckens und die der kleineren Becken in den Ecken (siehe Foto rechte Seite) aus.

A2 Fertige eine maßstabsgetreue Zeichnung des Beckens an.

A3 Bestimme die Wasseroberfläche des Beckens, abzüglich der Fläche, die die kleineren Becken in den Ecken einnehmen.

Hinweis: Berücksichtige die Fläche, die die Bronzeskulptur einnimmt. Schätze deren Größe!

Im Becken sollen Seerosen gepflanzt werden. Kolonie A bedeckt zu Beginn 250 Quadratzentimeter der Wasseroberfläche und Kolonie B 780 Quadratzentimeter. Art A verdoppelt wöchentlich die von ihr bedeckte Wasseroberfläche und Art B vermehrt sich wöchentlich um 60 Prozent.

B1 Stelle die Funktionsterme $f(t)$ und $g(t)$, die die Wachstumsprozesse der Seerosenkolonien modellieren, auf. Dabei soll t die Zeit in Wochen und $f(t)$ beziehungsweise $g(t)$ die mit Seerosen bedeckte Fläche in Quadratzentimetern sein.

B2 Erstelle zwei Wertetabellen zu den Funktionen f und g und zeichne die Funktionsgraphen in ein kartesisches Koordinatensystem.

B3 Bestimme rechnerisch, wann beide Kolonien gleich groß sind.

B4 Bestimme mithilfe des graphischen Taschenrechners, nach wie vielen Wochen das Becken vollständig mit Seerosen bedeckt ist. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass sich die Pflanzen der beiden Kolonien nicht überschneiden.

Hinweis: Berücksichtige die Fläche, die die Bronzeskulptur einnimmt.

B5 Bestimme die Definitions- und Wertebereiche der Funktionsterme $f(t)$, $g(t)$ und $f(t)+g(t)$, die den oben geschilderten Sachverhalt sinnvoll beschreiben.

Kleinere bepflanzte Becken in den Ecken des Lyrabeckens

Spaziergang 17

Das geometrische Quadrat im Einsatz

Post Tower

- Trigonometrische Funktionen
- Sinussatz

Ort
Post Tower,
Bushaltestelle
„Gronau Post Tower“

Zeit
90 Minuten

Material
Schreibmaterial,
Taschenrechner,
Geometrisches Quadrat,
Maßband (50 Meter)

Klasse 9–10

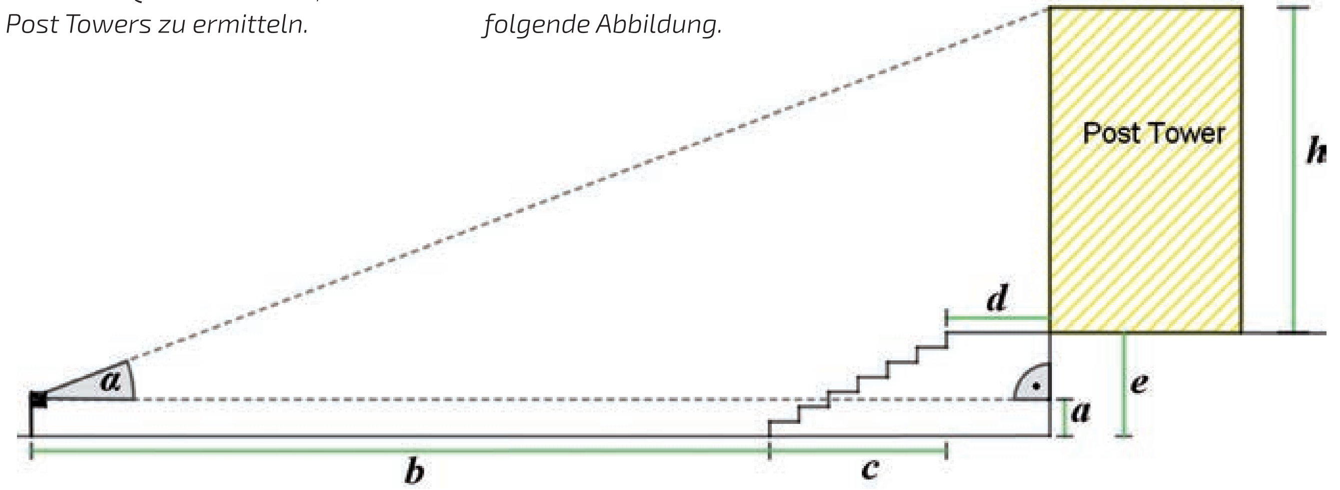
VORBEREITUNG IN DER SCHULE: AUF UNSERER HOMEPAGE FINDET IHR DIE BAUANLEITUNG FÜR DAS GEOMETRISCHE QUADRAT. DIESES SOLLTE VORAB IM UNTERRICHT ANGEFERTIGT WERDEN.

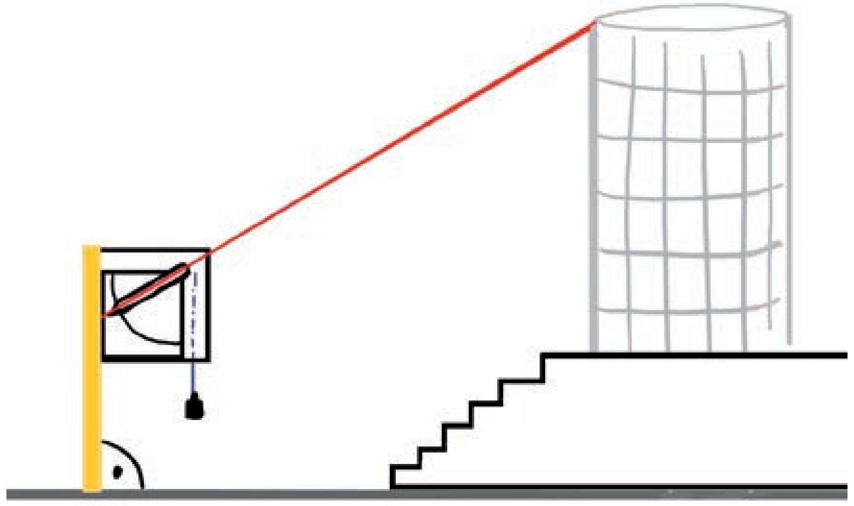
Das geometrische Quadrat wurde bereits im 15. Jahrhundert zur Vermessung von Objekten verwendet. Anwendung fand es vor allem bei der Bestimmung von Streckenlängen (meist Höhen) zwischen verschiedenen Vermessungspunkten, die nicht oder nur schwer zugänglich waren. Grundsätzlich wird mithilfe des geometrischen Quadrates ein zum realen Vermessungsdreieck ähnliches Dreieck erzeugt und anschließend der Höhenwinkel am Gerät abgelesen. In der folgenden Aufgabe wirst du selbst in die Rolle eines Geodäten (griechisch, Landvermesser) schlüpfen und dein geometrisches Quadrat nutzen, um die Höhe des Post Towers zu ermitteln.

Begib dich auf den Platz vor dem Post Tower. Umrunde das Gebäude zur Hälfte. Dort findest du eine Treppe, die zu einem unterhalb liegenden Park führt. Am Fuße der Treppenstufen gehst du weiter bis zur zweiten Wegkreuzung.

A1 Schätze die Höhe des Post Towers und beschreibe, wie du zu deiner Schätzung gekommen bist.

Im Folgenden sollst du die Höhe des Post Towers mit deinem geometrischen Quadrat bestimmen. Studiere dazu zunächst die folgende Abbildung.





Wusstest du schon?

Es besteht die Möglichkeit, den Post Tower zu besichtigen. Von der Besucheretage im 30. Stockwerk aus hat man bei schönem Wetter eine gute Aussicht über ganz Bonn und das Siebengebirge. Wenn du an der etwa 90-minütigen Führung teilnehmen möchtest, kannst du dich über das Online-Formular auf der Website der Deutschen Post DHL anmelden.

A2 Arbeitet in Dreiergruppen und setzt euer geometrisches Quadrat folgendermaßen auf:

Richtet das Messinstrument so aus, dass die Schnur des Gewichtes parallel zur Außenkante der Skala, über der vorgegebenen gestrichelten Linie hängt. Das geometrische Quadrat steht dann senkrecht zum Boden und ihr könnt mit der Winkelmessung beginnen. Dazu muss einer von euch mit seinem Auge von der Pfeilspitze des Visierlineals aus über die obere Kante des Strohhalms schauen und das Visierlineal so ausrichten, dass die obere Kante des Post Towers anvisiert wird. Auf dem geometrischen Quadrat kann dann der gemessene Winkel abgelesen werden.

Bestimmt nun so den in der Abbildung eingezeichneten Höhenwinkel α und gebt ihn an.

A3 Miss die Längen aller in der Abbildung grün markierten Strecken und notiere diese in deinem Heft.

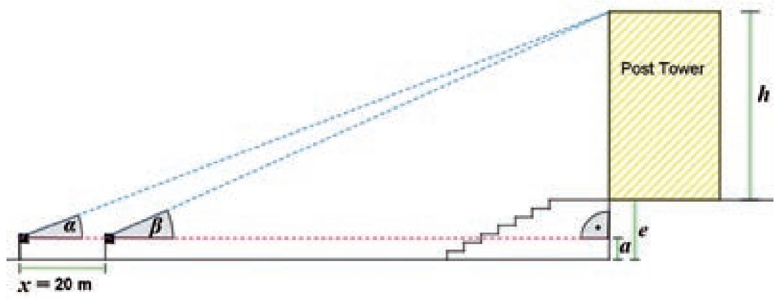
A4 Finde unter Verwendung der Winkelfunktionen eine Formel, um aus den gemessenen Strecken die Höhe des Post Towers zu bestimmen. Berechne anschließend die Höhe und gib sie an.

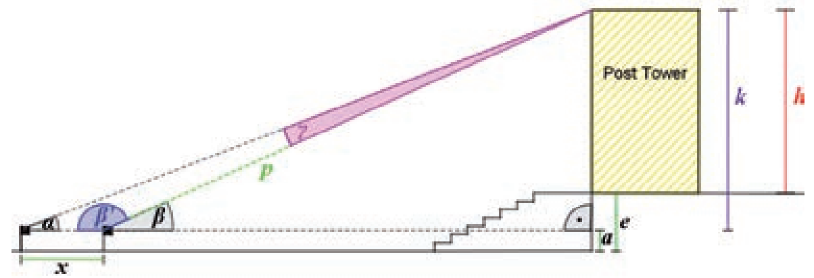
In diesem Aufgabenteil lernst du eine alternative Vorgehensweise kennen, um die Höhe des Post Towers zu bestimmen. Diese verwendet die folgende Aussage des Sinussatzes:

Seien a, b, c die Seitenlängen eines Dreiecks und α, β, γ die gegenüberliegenden Winkel. Dann gilt der folgende Zusammenhang:

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

B1 Betrachte den Post Tower nun genauer. Das Erdgeschoss hat eine Deckenhöhe von 15,50 Metern. Jedes weitere Geschoss ist 3,55 Meter hoch. Die Glasfassade auf dem Dach des Post Towers hat eine Höhe von 12 Metern. Zähle die Anzahl der Etagen und berechne so die genaue Höhe des Post Towers. Wie groß ist die Abweichung zu dem berechneten Ergebnis aus Teilaufgabe **A4**? Wie kannst du dir die Abweichung erklären?





B2 Bildet Dreiergruppen und geht vom Ausgangspunkt zwanzig Meter entlang des Weges in Richtung des Post Towers. Stellt an diesem Punkt euer geometrisches Quadrat erneut auf und bestimmt den Höhenwinkel β.

Hinweis: Die Abbildung links kann euch helfen.

B3 Zeige, dass für die Höhe des Post Towers gilt:

$$h = \frac{x \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)}{\sin(\beta - \alpha)} - (e - a)$$

Hinweis: Die linke Abbildung und die Anmerkungen zur Vorgehensweise können dir helfen.

Mache dir bewusst, welche der in der Abbildung eingezeichneten Größen du bereits kennst.

Schritt 1: Berechne den Winkel *β'*.

Schritt 2: Berechne den Winkel γ in Abhängigkeit von den Winkeln *α* und *β*.

Schritt 3: Berechne *p* mithilfe des Sinussatzes.

Schritt 4: Berechne *k* mithilfe der Winkelfunktion des Sinus.

Schritt 5: Berechne schließlich *h*.

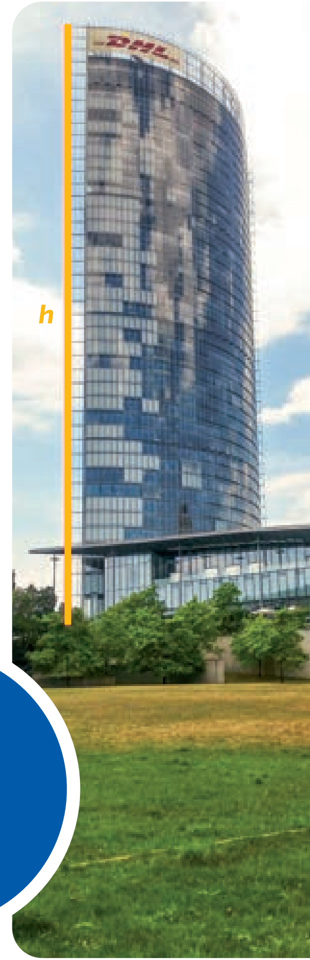
Berechne anschließend mit dieser Formel die Höhe des Post Towers.

Hinweis: Du kannst die Schritte 1 bis 5 auch erst einmal mit den echten Zahlenwerten durchführen und es anschließend mit der Herleitung der Formel versuchen.

B4 Wie bewertest du dieses Ergebnis im Vergleich zu dem, welches du in Teilaufgabe **A4** berechnet hast? Vergleiche die beiden Vorgehensweisen zur Bestimmung der Höhe des Post Towers und überlege, welche Gründe in besonderem Maße zu der Ungenauigkeit des Ergebnisses beigetragen haben.

Wusstest du schon?

Der Post Tower ist ein richtiges Energietalent! So wird in dem Hochhaus 30 Prozent weniger Energie verbraucht als in vergleichbaren Gebäuden. Grund dafür ist eine ausgeklügelte Klimatechnik, die dafür sorgt, dass der Post Tower keine aufwändige Klimaanlage mit hohem Energieverbrauch benötigt. Stattdessen erfolgt der Luftaustausch durch kleine Belüftungsklappen in der doppelwandigen Außenfassade.



Spaziergang 18

Pflanzen Folgen Gesetzmäßigkeiten

Botanische Gärten

- Symmetrie
- Winkel
- Fibonacci-Zahlen
- Zahlenfolgen

Ort

Botanische Gärten der Universität Bonn, Bushaltestelle „Am Botanischen Garten“

Zeit

90 Minuten

Material

Schreibmaterial, Geodreieck, Schnur, gegebenenfalls eine Taschenlampe

DIE AUFGABENTEILE A UND B KÖNNEN AUCH BEREITS IN DER KLASSENSTUFE 6 ABSOLVIERT WERDEN.

Klasse 9-10

Unter Symmetrie verstehen wir das Vorhandensein von Regelmäßigkeiten und Wiederholungen. In der Natur treffen wir sehr häufig auf Symmetrien, besonders auf die Dreh- und die Achsensymmetrie.

Die Botanik (Pflanzenkunde) klassifiziert achsensymmetrische Blüten abhängig von der Anzahl ihrer Symmetrieachsen. Eine Blüte ist zygomorph, wenn sie genau durch eine Symmetrieachse in zwei spiegelbildliche Hälften zerlegt werden kann. Können durch eine Blüte zwei Symmetrieachsen gelegt werden, so ist sie disymmetrisch, bei mehr als zwei Achsen ist sie radiärsymmetrisch.

A1 Finde je einen Blütenstand mit zygomorphen, disymmetrischen und radiärsymmetrischen Blüten. Zeichne die Blüten ab, notiere ihre Namen und zeichne sämtliche Symmetrieachsen ein.

Eine Figur, die durch Drehung um einen Punkt (um weniger als 360°) auf sich selbst abgebildet wird, heißt drehsymmetrisch. Beispielsweise ist ein Windrad eine drehsymmetrische Figur mit einem Drehwinkel von 90°.

A2 Finde einen Blütenstand mit drehsymmetrischen Blüten und bestimme den Drehwinkel.

A3 Vergleiche die beiden Symmetriearten aus den Teilaufgaben **A1** und **A2**. Gibt es achsensymmetrische Blüten, die gleichzeitig drehsymmetrisch sind?

Phyllotaxis bezeichnet die Lehre von der Blattstellung. Sie bezieht sich auf einen Bereich der Pflanzenkunde, der sich mit der Anordnung der Blätter an einem Pflanzenstängel befasst. Eine wichtige Feststellung ist, dass das Wachstum von Pflanzen

Wusstest du schon?

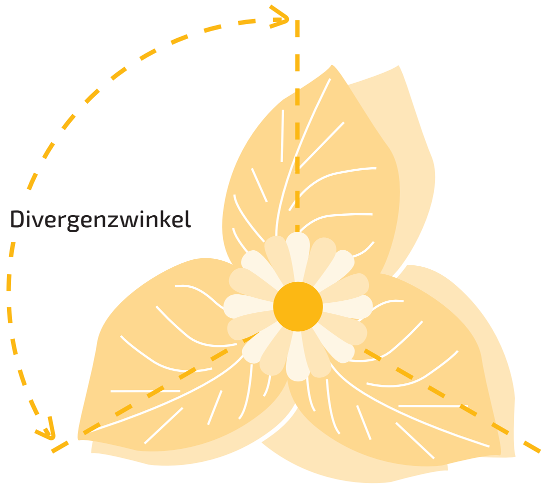
Pflanzenarten werden aufgrund von äußerlichen oder genetischen Merkmalen zu Familien zusammengefasst. Einige Stellvertreter für die wichtigsten Pflanzenfamilien sind: Sellerie (Familie der Doldenblütler), Weizen (Familie der Süßgräser), Sonnenblume (Familie der Korbblütler), Kohlrabi (Familie der Kreuzblütler), Melone (Familie der Kürbisgewächse), Zwiebel (Familie der Liliengewächse), Tomate (Familie der Nachtschattengewächse), Erbse (Familie der Schmetterlingsblütler) und Pfefferminze (Familie der Lippenblütler).

offensichtlich präzisen mathematischen Bedingungen folgt. Regelmäßige Blattstellungen haben für die Pflanzen durchaus einen Vorteil, da hier eine möglichst große Lichtausbeute resultiert, welche die Pflanzen wiederum für die Photosynthese benötigen. Jede Pflanze besitzt bei der für sie spezifischen Blattstellung einen eigenen charakteristischen Drehwinkel, auch Divergenzwinkel genannt. Dies ist der Winkel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Blättern an einem Pflanzenstängel.

B1 Suche dir drei Pflanzen aus unterschiedlichen Pflanzenfamilien aus, notiere dir Name und Pflanzenfamilie. Schätze die Größe des Winkels zwischen zwei aufeinanderfolgenden Blättern.

Hinweis: Das Informationsschild zu jeder Pflanze enthält neben ihrem lateinischen Namen auch den Namen der Pflanzenfamilie, zu der sie gehört.

B2 Einigt euch nun in Partnerarbeit auf eine Pflanze und diskutiert, wie ihr den Winkel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Blättern bestimmen könnt, ohne dabei die



Pflanze zu beschädigen. Führt eure Methode anschließend durch.

Die am häufigsten vorkommenden Divergenzwinkel D_n lassen sich mit folgender Formel angeben:

$$D_n = \frac{f_n}{f_{n+2}} \cdot 360°$$

Dabei ist f_n die n-te Fibonacci-Zahl. Die ersten beiden Fibonacci-Zahlen sind 1 und 1. Danach ist die nächste Fibonacci-Zahl gleich der Summe der beiden vorangegangenen.

Anders ausgedrückt: $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$

mit den Startwerten $f_1 = 1$ *und* $f_2 = 1$.

C1 Gib die ersten zehn Fibonacci-Zahlen an.

Am einfachsten lässt sich der Blattstellungsquotient

$$\frac{f_n}{f_{n+2}}$$

bestimmen, indem die Blätter ihrer Reihenfolge nach von unten nach oben durch eine Schnur verbunden werden, die dann als Blattstellungsspirale um den Stängel herumläuft. Nummerierst du die Blätter durch und beginnst bei Null, so ist der Nenner des Bruches die Zahl des Blattes, welches über dem mit Null bezeichneten steht. Der Zähler ist die Anzahl der vollständigen Umläufe der Spirale um den Stängel zwischen dem nullten und dem genau darüber liegenden Blatt.

C2 Bestimmt in Partnerarbeit die Blattstellungsquotienten und die Divergenzwinkel von drei Pflanzen aus unterschiedlichen Familien mithilfe der oben beschriebenen Methode.

Tauscht euch mit euren Mitschülerinnen und Mitschülern darüber aus, welche Blattstellungsquotienten ihr gefunden habt und welche weiteren existieren.

C3 Nähert sich die Zahlenfolge D_n einem bestimmten Winkel an? Wenn ja, gib diesen näherungsweise an.

Zusatzaufgabe:
Schaue dir den Fruchtstand der Sonnenblume in der folgenden Abbildung genauer an. Erkennst du, dass die Kerne in spiralförmigen Linien angeordnet sind? Zähle nach, wie viele Spiralen mit dem Uhrzeigersinn laufen und wie viele dagegen. Kommen dir die Zahlen bekannt vor?

Projektteam
v.l.n.r.: Maximilian König,
Dr. Thoralf Räsch, Annika Mester,
Julia Schuster, Yannick Müller,
Sivar Abdelrahman, Dr. Antje Kiesel

Impressum

Mathematische Spaziergänge in Bonn

Projektleitung
Dr. Antje Kiesel
Dr. Thoralf Räsch
Universität Bonn
Mathematik-Zentrum
Endenicher Allee 60, 53115 Bonn
spaziergaenge@math.uni-bonn.de

Projektteam
Sivar Abdelrahman, Maximilian König,
Annika Mester, Yannick Müller, Julia Schuster

Autorenteam
Sivar Abdelrahman, Dana Eilers, Annika Mester,
Julia Schuster, Greta Steib, Leonard Strotmann

Grafische Gestaltung
Carmen Wolfer,
Ines Wegge-Schatz, designlevel 2

Weitere Informationen finden Sie auf unserer Homepage
https://www.mathematics.uni-bonn.de/mathematik-in-bonn/schulportal/spaziergaenge

Stand
2. aktualisierte Auflage, 2020

Bildnachweis
Volker Lannert
Seite: 2, 3, 8, 10 (Bild Nr. 1), 11 (Buchrücken), 12, 13, 14, 20, 22, 24, 27, 29, 34, 42, 44, 45, 46, 48, 49, 54, 63, 64, 68, 69, 76, 79, 86

Projektteam/Autorenteam
Seite: 9, 10, 11, 15, 16, 17, 21, 23, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 51, 52, 55, 56, 57, 58, 61, 63+65 (Infotafeln), 66, 69 (kleines Bild rechts), 70, 72, 73, 74, 75, 77, 78, 80, 81, 82, 83, 84

Lizenzfreie Fotos
Seite: 18, 19, 28, 31, 33, 62, 65, 67, 85

Hausdorff Center for Mathematics
Seite: 50 (Felix Hausdorff)

Allgemeiner Deutscher Fahrrad-Club e.V. (ADFC)
Seite: 26

www.openstreetmap.org
Seite: 17, 39, 49, 73

MATHEMATISCHE SPAZIERGÄNGE IN

BONN

50°43'42,5"N 7°5'2,3"O

Universität Bonn
Mathematik-Zentrum
Endenicher Allee 60, 53115 Bonn

spaziergaenge@math.uni-bonn.de

JOACHIM HERZ STIFTUNG

hausdorff center for mathematics

UNIVERSITÄT BONN