Berechenbarkeitstheorie

Aufgabe 1

1 (i) Beschreiben Sie die 1-stelligen Funktionen $f(x_1)$, die die folgenden RM-Programmen berechnen.

a)

I_0 $D(1,2)$

I_1 $S(1)$

I_2 $D(1,1)$

I_3 $S(2)$

b)

I_0 $D(1,3)$

I_1 $S(2)$

I_2 $D(2,1)$

I_3 $S(1)$

(ii) Konstruieren Sie ein Programm, das zeigt, daß das Prädikat "$x_1 \leq x_2$" berechenbar ist.

2 Zu zeigen ist, daß die Funktionen E, H primitiv rekursiv (p.r.) sind, wobei:

a) E ist definiert durch

$$E(x) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } x \text{ gerade ist;} \\ 1 & \text{wenn } x \text{ ungerade ist.} \end{cases}$$

b) H ist definiert durch

$$H(x) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } x/2 \text{ gerade ist;} \\ 1 & \text{wenn } (x-1)/2 \text{ ungerade ist.} \end{cases}$$

3 Sei g p.r. Definieren Sie durch Rekursion

$$\begin{aligned} f(0,x) &= g(x) \\ f(n+1,x) &= f(n, f(n,x)) \end{aligned}$$

Ist f p.r.?