

HAUPTSEMINAR GEOMETRIE: EINFÜHRUNG IN DIE DIFFERENTIALTOPOLOGIE (S2D1)

LAURENT CÔTÉ

Letzte Aktualisierung: 24.07.2025.

1. ZUSAMMENFASSUNG

Das Thema unseres Seminars ist *Differentialtopologie*. Wir werden uns insbesondere für *glatte Mannigfaltigkeiten* interessieren. Die Definition einer glatten Mannigfaltigkeit ist eine mathematische Formalisierung unserer intuitiven Idee einer *glatten Form*. Zum Beispiel, ein Kreis, ein Punkt, eine Linie usw. sind glatte Mannigfaltigkeiten.¹

Wir werden das klassische von John Milnor geschriebene Buch “Topology from the differentiable viewpoint” lesen. Das Buch können Sie entweder in der Bibliothek oder im Internet finden.

Wir werden das gesamte Buch der Reihe nach durchgehen.

2. ANWEISUNGEN UND HINWEISE FÜR TEILNEHMER

Vorsicht: Folgendes gilt nur für dieses Seminar! Andere Dozenten können natürlich andere Erwartungen haben, sowohl für die Vorbereitung als auch für die Inhalt der Vorträge.

Anweisungen für die Vorträge. Alle Vorträge müssen an der Tafel gehalten werden (keine “slides”). Die maximale Dauer eines Vortrags ist *90 Minuten*, inklusive eine fünfminütige Pause und Zeit für Fragen. *Es ist sehr wichtig, dass Sie diese Maximale Dauer respektieren; wenn Sie die Zeit überschreiten, werde ich Sie nach einigen Minuten bitten, aufzuhören, und dies wird sich wahrscheinlich auf Ihre Note auswirken.*

Ich schlage vor, dass sie sich vorbereiten, um nicht mehr als 80 Minuten zu reden. Wenn der Vortrag kürzer ist, ist das kein Problem (und spielt keine Rolle für die Note), solange dass Sie den gesamten zugewiesenen Stoff durchgearbeitet haben.

¹Um genauer zu sein: Diese Formen können mit einer glatten Struktur ausgestattet werden, indem wir sie als Teilmenge in \mathbb{R}^n einbetten.

Die Note. Die Note hängt weitgehend von der mathematischen Richtigkeit des Vortrags ab. D.h., dass alle mathematischen Aussagen richtig formuliert sein müssen, und alle Beweise auch richtig sein müssen.

Es wird auch erwartet, dass Sie die Bedeutung aller mathematischen Fachwörter die Sie nutzen kennen. D.h., wenn sie Sagen “Eine stetige reellwertige Funktion auf einer kompakten Menge hat ein Maximum.” wird es erwartet, dass Sie die Bedeutung der Adjektive “kompakt” und “stetig” kennen. Dass werde ich manchmal kontrollieren, z.B. mit einer Frage.

Die Teilnehmer des Seminars sind natürlich immer eingeladen, Fragen zu stellen. Die Antwort zu diesen Fragen kann für die Note eine Rolle spielen. (Aber nur, natürlich, wenn die Fragen direkt relevant für das Thema des Vortrags sind.)

Die Qualität der Präsentation spielt auch eine Rolle für die Note. Hier gibt es natürlich keine einzigartige Methode – Jede Person hat ihren eigenen Stil. Mein Vorschlag wäre, dass Sie sich an Ihren Lieblingsvorlesung orientieren.

Sie sind nicht verpflichtet, ein “handout” mitzubringen. (Und solche “handouts” spielen keine Rolle für die Note).

Vorbereitungstermin. Wenn Sie in der Woche n einen Vortrag halten, stehe ich zur Verfügung mich in der Woche $n - 1$ mit Ihnen zu Treffen. Solche Termine sollten normalerweise Dienstag um 11h45 (d.h. sofort nach dem vorherige Vortrag) stattfinden. Sie sind nicht verpflichtet sich mit mir zu Treffen. Die Inhalte solcher Terminen spielen natürlich keine Rolle für die Note.

3. PLAN DER VOTRÄGE

Alle folgenden Verweise beziehen sich auf das Buch von Milnor [1].

21.10.2025. S. 1–4, bis direkt vor dem Umkehrsatz.

28.10.2025. S: 5–8, vom Umkehrsatz (Inklusive) bis zum regulären Wert einer Funktion (nicht Inclusive).

04.11.2025. S. 8–10: bis zum Ende des Kapitels.

11.11.2025. S. 10–13, bis zum Brouwer Fixpunktsatz.

18.11.2025. S. 14–15; Beweis des Fixpunktsatzes.

25.11.2025. S. 16–19; Beweis des Satzes von Sard.

02.12.2025. S. 20–22, bis zum Ende des Beweises der “Homotopy Lemma”.

09.12.2025. S. 22–25 bis zum Ende des Kapitels

16.12.2025. S. 26–31.

23.12.2025. KEIN VORTRAG

13.01.2026. S. 32–36 (außer den letzten drei Zeilen).

20.01.2026. S. 37–41 + die letzten drei Zeilen der Seite 36.

27.01.2026. S. 42– 46, bis zum Ende des Beweises des Satzes A.

03.02.2026. S. 46–50, vom Ende des Satzes A bis zum Ende des Satzes B.
Wenn Sie Zeit haben, formulieren und beweisen Sie den Satz von Hopf auf der S. 50 – 51.

REFERENCES

- [1] John Willard Milnor, *Topology from the differentiable viewpoint*, Princeton University Press.