Übungen zur Einführung in die Geometrie und Topologie - Blatt 5

Uni Bonn, SS 2018

Aufgabe 17. Beweise oder widerlege, dass folgende Räume einfach zusammenhängend sind:

(a) $\mathbb{R}^n$,

(b) $D^2 \amalg (0,1]$,

(c) Das Möbius-Band M,

(d) $\mathbb{Q}$.

Aufgabe 18. Sei $f\colon S^1 \times [0,1] \to S^1 \times [0,1]$ die Abbildung $(z,t) \mapsto (z \cdot \exp(2\pi i t), t)$. Beweise oder widerlege:

(a) f ist relativ zu $S^1 \times \{0\}$ homotop zur Identität;

(b) f ist relativ zu $S^1 \times \{0,1\}$ homotop zur Identität;

Aufgabe 19. Sei $i\colon \partial M \to M$ die Inklusion des Randes des Möbius-Bandes. Zeige, dass es keine Abbildung $r\colon M \to S^1$ derart gibt, dass die Einschränkung von r auf ∂M eine Bijektion $\partial M \to S^1$ ist.

Aufgabe 20. Sei $S \subseteq \mathbb{R}^2$ eine Teilmenge bestehend aus k Elementen für $k = 0, 1, 2 \ldots$. Für welche k ist $\mathbb{R}^2 \setminus S$ einfach zusammenhängend?

Abgabe am 17.05. in der Vorlesung