Übungen zur Einführung in die Geometrie und Topologie - Blatt 2

Uni Bonn, SS 2018

Aufgabe 5. Seien K und L disjunkte kompakte Teilmengen des Hausdorff Raums X.

Beweise oder widerlege, dass es disjunkte offene Teilmengen U und V von X mit $K \subseteq U$ und $L \subseteq V$ gibt.

Aufgabe 6. Sei X ein kompakter Hausdorff-Raum und $f\colon X \to \mathbb{R}$ eine stetige Abildung.

Zeige, das f ein Maximum hat, d.h. es gibt ein $x_0 \in X$ mit der Eigenschaft, dass $f(x) \leq f(x_0)$ für alle $x \in X$ gilt.

Aufgabe 7. Zeige, dass der 1-dimensionale reelle projektive Raum $\mathbb{RP}^1$ homöomorph zu S^1 ist.

Aufgabe 8. Betrachte auf $\mathbb{R}^2$ die Äquivalenz-Relation

$$(r_1, r_2) \sim (r_1', r_2') \Longleftrightarrow r_1 - r_1', r_2 - r_2' \in \mathbb{Z}.$$

Versehe die Menge der Aquivalenzklassen $\mathbb{R}^2/\sim$ mit der Quotiententopologie bezüglich der Projektion $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2/\sim$.

Beweise oder widerlege, dass $\mathbb{R}^2/\sim$ homöomorph zu $S^1 \times S^1$ ist.

Abgabe am 26.4. in der Vorlesung