

Übungen zur Einführung in die Geometrie und Topologie - Blatt 11

Uni Bonn, SS 2018

Aufgabe 41. Seien $p_i: E_i \rightarrow X$ zwei prinzipale G -Bündel über demselben Raum X . Sei $f: E_0 \rightarrow E_1$ eine G -Abbildung mit $p_1 \circ f = p_0$. Beweise oder widerlege, dass f ein Isomorphismus von prinzipalen G -Bündeln ist.

Aufgabe 42. Seien q und q' Primzahlen. Definiere X durch das pushout

$$\begin{array}{ccc} S^1 & \xrightarrow{i} & D^2 \\ f_q \downarrow & & \downarrow \\ S^1 & \longrightarrow & X, \end{array}$$

wobei $f_q: S^1 \rightarrow S^1$ die Abbildung $z \mapsto z^q$ ist und i die Inklusion.

Wieviele Isomorphieklassen von prinzipalen \mathbb{Z}/q' -Bündel $p: \widehat{X} \rightarrow X$ gibt es?

Aufgabe 43. Sei X ein CW -Komplex und $C \subseteq X$ eine Teilmenge. Beweise:

- (a) $C \subseteq X$ ist genau dann abgeschlossen, wenn der Durchschnitt $C \cap \bar{e}$ für jede Zelle e kompakt ist.
- (b) X ist genau dann kompakt, wenn X endlich ist, d.h. nur endliche viele Zellen hat.

Aufgabe 44. Klassifiziere bis auf Homotopie alle CW -Komplexe, die eine 0-Zelle, eine 1-Zelle und eine 2-Zelle haben und sonst keine weiteren Zellen.