

Übungen zur Einführung in die Geometrie und Topologie - Blatt 10

Uni Bonn, SS 2018

Aufgabe 37. Sei $p: \bar{X} \rightarrow X$ eine Überlagerung. Sei \bar{X} wegweise zusammenhängend und sei X wegweise zusammenhängend, lokal wegweise zusammenhängend und semi-lokal einfach zusammenhängend. Welche der folgenden Aussagen sind äquivalent?

- (a) p ist normal.
- (b) Für ein $\bar{x} \in \bar{X}$ ist das Bild von $p_*: \pi_1(\bar{X}, \bar{x}) \rightarrow \pi_1(X, x)$ eine normale Untergruppe.
- (c) Für alle $\bar{x} \in \bar{X}$ ist das Bild von $p_*: \pi_1(\bar{X}, \bar{x}) \rightarrow \pi_1(X, x)$ eine normale Untergruppe.

Aufgabe 38. Klassifiziere bis auf Isomorphie alle Überlagerung $p: \bar{M} \rightarrow M$ des Möbius-Bandes M mit wegweise zusammenhängenden \bar{M} . Dabei soll jeweils ein explizites Model konstruiert werden.

Aufgabe 39. Sei X ein wegweise zusammenhängender, lokal wegweise zusammenhängender und semi-lokal einfach zusammenhängender Raum. Welche der folgenden Aussagen sind äquivalent?

- (a) $\pi_1(X, x)$ ist für mindestens einen Grundpunkt $x \in X$ endlich.
- (b) $\pi_1(X, x)$ ist für alle Grundpunkte $x \in X$ endlich.
- (c) Es gibt bis auf punktierte Isomorphie nur endlich viele punktierte Überlagerungen $p: (\bar{X}, \bar{x}) \rightarrow (X, x)$ mit wegweise zusammenhängendem \bar{X} .

Aufgabe 40. Klassifiziere bis auf Isomorphie alle Überlagerungen $p: \bar{X} \rightarrow \mathbb{RP}^1 \vee D^1$, deren Totalraum \bar{X} kompakt und wegweise zusammenhängend ist. Dabei soll jeweils ein explizites Model konstruiert werden.