

Einführung in die PDGs

08.07.2019

PROF. DR. H. KOCH

DR. F. GMEINER

Keine Abgabe



Übungsblatt zu Charakteristiken

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie eine Lösung zu der partiellen Differentialgleichung

$$\partial_{x_1} u + 2u \partial_{x_2} u = u$$

unter der Zusatzbedingung, dass $u(0, x_2) = x_2$ ist.

Aufgabe 2:

Finden Sie mit der Methode der Charakteristiken eine Lösung der partiellen Differentialgleichung

$$\begin{cases} u_t + txu_x = 0 & \text{auf } (0, \infty) \times \mathbb{R}, \\ u(0, x) = \sin(x) & \text{auf } \{t = 0\} \times \mathbb{R}. \end{cases}$$

Aufgabe 3:

Man betrachte folgendes Problem:

$$\partial_{x_1} u(x) + \partial_{x_2} u(x) = u(x)^2, \quad x \in \mathbb{R}^2,$$

mit $u(x_1, -x_1) = x_1$ für $x_1 \in \mathbb{R}$. Lösen Sie diese Gleichung in einem geeigneten Bereich mit Hilfe der Methode der Charakteristiken.

Aufgabe 4:

Lösen Sie die partielle Differentialgleichung

$$x_1 \partial_{x_1} u + 2x_2 \partial_{x_2} u + \partial_{x_3} u = 3u$$

unter der Zusatzannahme, dass $u = \varphi$ gilt auf der Ebene $\{x_3 = 0\}$ mit einer glatten Funktion $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.