Mathematisches Institut
Dr. Clemens Kienzler

Wintersemester 2014/2015

universitätbonn

Angewandte Mathematik und Statistik

Übungsblatt 10 — Abgabe in der ersten Übung nach dem 22. Dezember 2014

Aufgabe 37 (10 Punkte)

Bestimmen Sie die $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, für die die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 2 & 3 & 8 \\ 1 & \alpha & \alpha \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & \beta-1 \\ 1+\beta & 3 \end{pmatrix}$ invertierbar sind.

Aufgabe 38 (10 Punkte)

Berechnen Sie die Inversen der Matrizen $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 39 (5 + 5 Punkte)

a) Beweisen Sie die Bernoulli'sche Ungleichung mittels vollständiger Induktion:
Für alle $x \geq -1$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt $(1+x)^n \geq 1 + n\,x$.

b) Sei $y \geq 1$ und $a_n := \sqrt[n]{y}$. Verwenden Sie die Bernoulli'sche Ungleichung zur Berechnung des Grenzwertes von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Hinweis: Schreiben Sie $\sqrt[n]{y} = 1 + b_n$ für $b_n \geq 0$ und begründen Sie die Existenz solcher b_n.

Aufgabe 40 (je 2 Punkte)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Folgen für $n \to \infty$ konvergent, bestimmt divergent oder divergent sind und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

a) $a_n := \frac{n+\cos(n^4)}{n}$.

b) $b_n := \frac{n^3+n^2-\sin(n+1)}{(\sqrt{n}+1)(\sqrt{n}+2)(6n^2-1)}$.

c) $c_n := \frac{-7}{n^{-\frac{1}{3}}}$.

d) $d_n := \begin{cases} 0, & \text{für } n \text{ gerade} \\ (-1)^n \frac{1}{n^3}, & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$

e) $e_n := \begin{cases} 2, & \text{für } n \text{ gerade} \\ 2\,\frac{1}{n^2}, & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$