**Priv.-Doz. Dr. Ulrich Görtz** WS 2007/08

## Übungen zur Algebraischen Geometrie 3

*Blatt 3, Abgabe am 6.11.2007*

### Aufgabe 9

Sei $k$ ein Körper. Zeige, dass der natürliche Homomorphismus $GL_{n+1}(k) \to \mathrm{Aut}(\mathbb{P}^n_k)$ surjektiv ist, und bestimme seinen Kern. (*Hinweis:* Benutze Aufgabe 6.)

### Aufgabe 10

Zeige: ist $f\colon X \to Y$ ein endlicher Morphismus von Schemata, so sind alle Fasern $X_y = X \times_Y \operatorname{Spec} \kappa(y)$, $y \in Y$, endlich und diskret. Zeige auch, dass ein Morphismus von endlichem Typ, dessen Fasern alle endlich und diskret sind, nicht notwendig endlich ist.

### Aufgabe 11

Sei $k$ ein Körper, $A = k[T_{ij};\ 0 \le i, j \le 2]$, $X = \operatorname{Proj} A[X_0, X_1, X_2] = \mathbb{P}^2_A$. Für $i = 0, 1, 2$ sei

$$f_i = T_{i0}X_0 + T_{i1}X_1 + T_{i2}X_2.$$

Zeige, dass das Bild von $V_+(f_0, f_1, f_2)$ in $\operatorname{Spec} A$ abgeschlossen ist.

### Aufgabe 12

Sei $S$ ein Schema, $X$ ein eigentliches $S$-Schema und $f\colon X \to Y$ eine offene Immersion von $S$-Schemata. Sei ferner $Y$ zusammenhängend und separiert über $S$. Zeige, dass $f$ ein Isomorphismus ist.