Prof. Dr. M. Rapoport
Dr. U. Görtz

WS 2003/04

Lineare Algebra I

Präsenzaufgaben, Teil 1

Aufgabe 5

Seien a und b reelle Zahlen. Beweise: Das Gleichungssystem

$$\begin{array}{ccccccc} ax & + & by & - & a^2z & = & 0 \\ & & y & + & (b-2a)z & = & 0 \\ bx & - & by & + & a^2z & = & 0 \end{array}$$

besitzt genau dann eine von $(0,0,0)$ verschiedene Lösung, wenn entweder $a=b$ oder $a=-b$ gilt. Bestimme in diesen Fällen die genaue Lösungsmenge.

Aufgabe 6

Bestimme die Zahlen x,y,z,u so, dass jede dieser vier Zahlen das arithmetische Mittel ihrer vier Nachbarn ist. (Das arithmetische Mittel von vier Zahlen a,b,c,d ist $\frac{1}{4}(a+b+c+d)$.)

	0	1	
0	x	y	0
0	z	u	0
	0	0	

Aufgabe 7

a) Gibt es ein lineares Gleichungssystem in zwei Unbekannten über den reellen Zahlen, dessen Lösungsmenge die Menge $\{(x,y); x+2y=0\}$ ist?

b) Gibt es ein lineares Gleichungssystem in zwei Unbekannten über den reellen Zahlen, dessen Lösungsmenge die Menge $\{(x,y); x^2-y=0\}$ ist?

Aufgabe 8

Sei n eine ganze Zahl. Zeige, dass das Gleichungssystem

$$\begin{array}{ccccccc} nx & + & (n+1)y & + & (n+2)z & = & 0 \\ (n+3)x & + & (n+4)y & + & (n+5)z & = & 0 \\ (n+6)x & + & (n+7)y & + & (n+8)z & = & 0 \end{array}$$

nicht nur die triviale Lösung besitzt.

Aufgabe 9

Für welche reellen Zahlen c ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcl} x & - & cy & = & 1 \\ (c-1)x & - & 2y & = & 1 \end{array}$$

a) eindeutig lösbar,

b) lösbar, aber nicht eindeutig lösbar,

c) nicht lösbar?