University Bonn — SS 2018 Ursula Hamenstädt

Einführung in die Geometrie und Topologie

Exercises 2 9. April 2019

2.1. Bestimmen Sie den Rand der folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}^2$ (versehen mit der Metrik $d(x, y) = |x - y|$). Begründen Sie Ihre Antwort (ein Halbsatz reicht aus).

(a) $[0, 1] \times \{0\}$

(b) $(0, 1) \times \{0\}$

(c) $[0, 1] \times [0, 1]$

(d) $(0, 1) \times (0, 1)$

2.2. Konstruieren Sie auf der Menge $[0, 1] \subset \mathbb{R}$ eine Topologie $\mathcal{U}$ mit abzählbar unendlich vielen offenen Mengen und so, dass die Identität $\mathrm{Id} : ([0, 1], d) \to ([0, 1], \mathcal{U})$ stetig ist. Können Sie die Konstruktion auch so durchführen, dass $\mathrm{Id} : ([0, 1], \mathcal{U}) \to ([0, 1], d)$ ebenfalls stetig ist? Hierbei ist $d(x, y) = |x - y|$.

2.3. Beschreiben Sie die offenen Mengen der Topologie auf $\mathbb{R}$, welche von der Abbildung

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2$$

induziert wird. Gibt es eine Metrik auf $\mathbb{R}$ welche die gleiche Topologie erzeugt?

2.4. (Schwierig) Gibt es eine injektive, stetige Abbildung $f : [0, 1] \to \mathbb{R}^2$ die keine Einbettung ist? Die Topologien auf $[0, 1]$ und $\mathbb{R}^2$ sollen von der üblichen Metrik erzeugt sein.