

Seminar zu Zopfgruppen und Heckealgebren

1. Zopfgruppen (Maxim)

Ziel des Vortrages: Definition der grundlegenden Begriffe und Satz von Reidemeister (Theorem 1.6)

Definition der Artin Zopfgruppe, Projektion zur symmetrischen Gruppe, geometrischer Zopf, Zopfdiagramm (die Anzahl der Kreuzungen ist endlich), Isotopie, Reidemeister moves.

Satz von Reidemeister (Beweis durcharbeiten, aber im Vortrag nur die Hauptschritte angeben, falls dafür Zeit ist).

- Literatur: Kassel/Turaev, Braid groups (S. 1-14)

2. Zwei Definitionen der Zopfgruppe und der Satz von Reidemeister (Fabian)

Ziel des Vortrages: Satz 1.12 und Beweis des Satzes von Reidemeister

Wiederholung: Definition des geometrischen Zopfes, Existenz der Inversen, Zwei Beschreibungen der Zopfgruppe (Satz 1.12), Inklusion der Zopfgruppen, Wiederholung: Satz von Reidemeister, Beweis des Satzes von Reidemeister (wichtig dabei: Begriff des polygonen Zopfes)

- Literatur: Kassel/Turaev, Braid groups (S. 9-17)

3. Reine Zopfgruppe (Alexander K.)

Ziel des Vortrages: Das Zentrum der Zopfgruppe

Definition der reinen Zopfgruppe, Theorem 1.16 (ohne Beweis), Korollare (reine Zopfgruppe ist torsionsfrei, Erzeugendensystem und Relationen (kein Beweis für die Relationen), Abelinisierung der reinen Zopfgruppe (Korollar 1.20) mit Beweis, Theorem 1.24 mit Beweis und Korollar, dass Zopfgruppen zu verschiedenen Anzahl von Straengen nicht isomorph sind.

- Literatur: Literatur: Kassel/Turaev, Braid groups (S. 18-24, ohne Korollar 1.21-1.23)

4. Topologisch –geometrische Konstruktion der Zopfgruppe (Teil 1)

Ziel des Vortrages: Bereitstellung der Grundbegriffe für Vortrag 5, Hauptresultat: lange exakte Homologiesequenz

Konfigurationsraum, Definition topologische Mannigfaltigkeit, Bijektion zwischen reinen Zöpfen und Schleifen, Fundamentalgruppe, Fundamentalgruppe der S^1 (Beweis durcharbeiten, aber nicht vortragen), Homotopiegruppe

- Literatur: Literatur: Kassel/Turaev, Braid groups (S.25-28 und Anhang)
- Hatcher: Algebraic Topology (S. 340-344, insbesondere Theorem 4.3)

5. Topologisch –geometrische Konstruktion der Zopfgruppe (Teil 2)

Ziel des Vortrages: Alternative Beschreibung der Zopfgruppe, Beweis von Theorem 1.16

Definition Konfigurationsraum, lokal triviale Faserung, Beweis von Satz 1.16

- Literatur: Literatur: Kassel/Turaev, Braid groups (S. 25-30, Anhang)

6. Markovs Theorem (Alexander M.)

Ziel des Vortrages: Satz von Alexander (mit Beweis) und Markov's Theorem (ohne Beweis)

Definition von geschlossenem Zopf, Satz von Alexander mit Beweis, Skizzierung des Algorithmus (ohne Beweis), Formulierung von Markov's Satz (ohne Beweis)

- Literatur: Literatur: Kassel/Turaev, Braid groups (S. 58-67)

7. Markovs Theorem

Ziel des Vortrages: Begriff der Markovfunktion, Beweis des Markovs Theorem

Begriff der Markovfunktion, (Beispiel?), die Schwierigkeit bei diesem Vortrag ist den Beweis des Theorems klar darzustellen (an manchen Stellen sollte man Details weglassen, aber klarstellen, was ausgelassen wird!)

- Literatur: Literatur: Kassel/Turaev, Braid groups (S. 68-90)

8. Symmetrische Gruppe und Coxeter Gruppen (Teil I) (Sebastian)

Ziel des Vortrages: Grundlegende Eigenschaften der Coxetergruppen, Satz von Tits

Definition der Coxetermatrix, Coxetergruppe und des Coxetergraphen, Beispiele, Laengenfunktion, Austauschlemma, Reduzierte Zerlegung, Charakterisierung der Coxetergruppen durch das Austauschlemma, Satz von Tits

Literatur:

- Kassel/Turaev, Braid groups (S. 154-164, 266-268)
- Humphreys: Coxeter groups (als Zusatz)
- Björner und Brenti: *Combinatorics of Coxeter Groups* (S. 1-24 insbesondere Theorem 1.5.1)

9. Symmetrische Gruppe und Coxeter Gruppen (Teil 2) (Martin)

Ziel des Vortrages: Begriff der geometrischen Darstellung, des Wurzelsystems, Klassifikation der Coxetergruppen

- Björner und Brenti: *Combinatorics of Coxeter Groups*
- Humphreys: Coxeter groups

10. Heckealgebra (Dominik)

Ziel des Vortrages: Definition der Heckealgebra und ihrer Standardbasis

Definition: Gruppenalgebra, Definition der Heckealgebra H_n , die Standardbasis von H_n , H_{n+1} als H_n -Modul, evtl. Definition der Permutationsdarstellung, allgemeine Definition fuer Coxetergruppen

- Literatur: Kassel/Turaev, Braid groups (S. 163-168)
- Mathas: The Iwahori-Hecke algebra of the symmetric group (S. 1-9)

11. Bruhatzerlegung (Hieu)

Ziel des Vortrages: Definition der Bruhatzerlegung fuer $GL(n)$, Satz 48.1 in Bump

Definition maximaler Torus, Normalizator Weylgruppe, Boirel, parabolische (nur fuer $GL(n)$), Mackey's theorem

- Literatur: Bump: Lie groups (S. 385-386 (ohne die Einleitung in dieses Kapitel!) und die notwendigen Begriffe von S. 205-212)

12. Geometrische Konstruktion der Heckealgebra als Konvolutionsalgebra (Elisa)

Ziel: Alternative Beschreibung der Heckealgebra

Definition: Konvolutionsprodukt (Beispiele!), Wiederholung: Bruhatzerlegung, L^1 -Norm, augmentierte Algebra, Konstruktion der Iwahori-Hecke Algebra

- Literatur: Bump: Lie groups (S.393-395 und alle dazu notwendigen Definitionen und Aussage von dem Buch)

13. Ocneanu Spur und Homfly Polynom (Johannes)

Ziel: Konstruktion des Jones-Conway Polynoms (mit ausgearbeiteten Beispielen!)

Spuren auf der Heckealgebra, Konstruktion der Markovfunktion, Jones-Conway Polynom/HOMFLY Polynom, Jones Polynom

- Literatur: Kassel/Turaev, Braid groups (S. 171-174)
- Ben Elias (bitte nachfragen)

14. Halbeinfachheit der Heckealgebra (Marc)

Ziel des Vortrages: Hinreichende Bedingung fuer die Halbeinfachheit der Heckealgebra

Hier soll der Satz 4.57 im Detail bewiesen werden. Ergebnisse aus der Vorlesung duerfen verwendet werden.

- Literatur: Kassel//Turaev, Braid groups (S. 191-193 unter Verwendung von S. 175-190)
- Mathas: Iwahori-Hecke Algebras of teh symmetric group (Corollary 1.17)

15. Kazhdan-Lusztig Basen der Heckealgebra (Anno)

Ziel des Vortrages: In diesem Vortrag sollen eine spezielle Basis der Heckealgebra definiert werden.

Das Resultat von Kazhdan-Lusztig mit Beweis (Theorem 2.9), Beispiele (wichtig!).

- Soergel: Kazhdan-Lusztig-Polynome und eine Kombinatorik für Kipp-Moduln

16. Darstellungen der Heckealgebra, Zellmoduln