Prof. Dr. W. Müller WS 2009/10

Seminar
Partielle Differentialgleichungen und spezielle Funktionen

Beschreibung des Seminars:
Das Studium von partiellen Differentialgleichungen, die invariant sind unter der Wirkung einer hinreichend großen Symmetriegruppe, kann man häufig auf die Untersuchung von gewöhnlichen Differentialgleichungen zurückführen. Beispiele dafür sind die Schwingungsgleichung für rotationssymmetrische Gebiete oder die Schrödingergleichung für rotationssymmetrische Potentiale. Eine typische Anwendung ist die Entwicklung nach Kugelflächenfunktionen in der Quantenmechanik.
Die gewöhnlichen Differentialgleichungen, die bei diesem Verfahren auftreten, haben viele Anwendungen in der Mathematik und der mathematischen Physik. Wichtige Beispiele sind die Legendresche-, Hermitesche-, Besselsche- und hypergeometrische Differentialgleichung. Die Lösungen dieser Differentialgleichungen führen auf Klassen von Funktionen, die *spezielle Funktionen* genannt werden. Beispiele sind Hermitesche Polynome, Besselfunktionen, und Hypergeometrische Funktionen.
Im Rahmen dieses Seminares werden wir einige dieser gewöhnlichen Differentialgleichungen und die entsprechenden speziellen Funktionen genauer studieren. Anschliessend wenden wir dies zur Lösung von ausgewählten rotationssymmetrischen partiellen Differentialgleichungen an.

Voraussetzungen: Analysis I + II, einige grundlegende Resultate der Funktionalanalysis werden im Seminar erarbeitet.

Ort und Zeit: Donnerstag, 14:15, MATH 007.

Vorbesprechung: Donnerstag, 23.7., 14:15, MATH 007.

Kontakt: mueller@math.uni-bonn.de

Literatur:

(1) H. Triebel, Analysis and mathematical physics, Kluwer, 1986
(2) S. Lang, SL$(2,\mathbb{R})$, Springer-Verlag
(3) S. Helgason, Groups and Geometric Analysis, Academic Press.

Vorträge

1. Prinzip der kleinsten Wirkung, Eulersche Differentialgleichung der Variationsrechnung. (T. Massing)
2. Minimalflächen, Rotationsminimalflächen. (Y. Zhang)
3. Hamiltonsches Extremalprinzip (P. Becker)
4. Spektralsatz für kompakte Operatoren
5. Laplaceoperator im $\mathbb{R}^n$, Separationssatz, Laplaceoperator auf der Sphäre. (J. Lee)
6. Harmonische Polynome, Kugelfunktionen (M. Richter)
7. Quatenmechanische Beschreibung des Wasserstoffatoms (N. Uhl)
8. Wasserstoffatom, Spektrallinien, Laguersche Differentialgleichung (S. Körner)
9. Der harmonische Oszillator, Hermitesche Differentialgleichung (A. Heidebrecht)
10. Laplaceoperaor auf dem Torus und Modulfunktionen
11. Laplaceoprator der hyperbolischen Ebene, Legendresche Differentialgleichung, sphärische Funktionen, Darstellungstheorie von $\mathrm{SL}(2, \mathbb{R})$. (M. Licht)
12. Hypergeometrische Differentialgleichung
13. Prinzipien der Quantenmechanik