Mathematische Logik - Sommersemester 2012

Übungsaufgaben	Prof. Dr. Peter Koepke
Serie 1	Dr. Philipp Lücke

Aufgabe 1. Verwenden Sie das *Zorn'sche Lemma*, um die folgenden Aussagen zu beweisen.

(1) (2 Punkte) *Jeder Vektorraum besitzt eine Basis.*

(2) (2 Punkte) *Ist* $(P, \leq)$ *eine partielle Ordnung und* A *eine linear geordnete Teilmenge von* P*, so existiert eine* maximale *linear geordnete Obermenge* L *von* A *(d.h.* L *wird durch* $\leq$ *linear geordnet und jede echte Obermenge von* L *wird nicht durch* $\leq$ *linear geordnet).*

Aufgabe 2 (4 Punkte)**.** Sei A ein abzählbare Menge. Beweisen Sie, dass die Menge aller endlichen Sequenzen von Elementen aus A abzählbar ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.** Definieren Sie eine Sprache S und ein Kalkül $\mathcal{C}$ über S, so dass *Prod*$(\mathcal{C})$ genau die Menge der nicht-negativen ganzen Zahlen in Dezimaldarstellung ist.

Aufgabe 4. Es sei $S_{Arith} = \{+, \cdot, 0, 1\}$ die Sprache der Arithmetik.

(1) Formulieren Sie die folgenden Axiome der Körpertheorie in *polnischer Notation.*

  (a) (1 Punkt) Existenz von Inversen bezüglich der Multiplikation.

  (b) (1 Punkt) Kommutativität der Addition.

  (c) (1 Punkt) Distributivität.

(2) (3 Punkt) Beweisen Sie, dass jeder S_{Arith}-Term aus einer ungeraden Anzahl von Symbolen besteht.

Abgabe: Freitag, den 20. April 2012.