Mathematisches Institut
der Universität Bonn
S. Geschke, M.Carl

WS 10/11
17. 01. 2011
Blatt 12

Übungen zur Mengenlehre

1. Sei κ regulär und überabzählbar, ferner $f : \kappa \to \kappa$ eine Bijektion. Zeigen Sie, dass dann die Menge $\{\alpha < \kappa : f[\alpha] \subseteq \alpha\}$ club in κ ist.

2. Sei κ regulär und überabzählbar, $A \subseteq \kappa$ unbeschränkt. $\alpha \in \kappa$ heißt Limespunkt von A, falls $\alpha = \sup(A \cap \alpha)$. A^* bezeichne die Menge aller Limespunkte von A. Zeigen Sie, dass A^* club in κ ist.

3. Sei $(S_\alpha | \alpha < \omega_1)$ eine $\diamondsuit$-Folge. Für $X \subseteq \omega_1$ sei $\bar{X} := \{\iota < \omega_1 : X \cap \iota = S_\iota\}$ die Menge der Stellen, an denen X von der Folge richtig geraten wird. Ferner mögen zwei Teilmengen $A, B \subseteq \kappa$ fast disjunkt heißen, wenn $A \cap B$ in κ beschränkt ist. Zeigen Sie:
a) Sind $A, B \subseteq \kappa$ und $A \neq B$, so sind $\bar{A}$ und $\bar{B}$ fast disjunkt.
b) Folgern Sie nun, dass es unter der Annahme von $\diamondsuit$ eine Familie von $2^{\aleph_1}$ vielen, paarweise fast disjunkten stationären Teilmengen von ω_1 gibt.

4. Sei $(L, <)$ eine linear geordnete Menge mit Kardinalität κ, so dass $\kappa \to (\kappa)^2_2$. Zeigen Sie, dass dann eine streng monotone Abbildung $f : \kappa \to L$ existiert.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 26. 01. 2011 in der Vorlesung