

## Übungen zur Mathematischen Logik

1. Seien  $p, q, r$  Aussagenvariablen. Entscheiden Sie (mit Beweis), welche der folgenden Wörter aussagenlogische Formeln (in polnischer Notation) sind:

$$p \wedge (q \wedge r) \quad \wedge \wedge pqr \quad \rightarrow \wedge q \quad \wedge p \wedge q \vee r.$$

2. Sei  $A_0$  die Menge der Aussagenvariablen,

$$A_{n+1} = A_n \cup \{\neg\varphi \mid \varphi \in A_n\} \cup \{(\varphi j \psi) \mid \varphi, \psi \in A_n, j \in \{\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}\}$$

und  $A = \bigcup\{A_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ . Zeigen Sie, dass  $A$  die Menge der aussagenlogischen Formeln in Infix-Schreibweise ist.

3. Zeigen Sie die eindeutige Lesbarkeit von Formeln in Infix-Schreibweise. D.h. beweisen Sie folgende Aussage: Sei  $\varphi$  eine Formel in Infix-Schreibweise. Dann hat  $\varphi$  genau eine der folgenden Formen:

- (1)  $\varphi$  ist eine Aussagenvariable
- (2)  $\varphi = \neg\psi$  für eine eindeutig bestimmte Formel  $\psi$  in Infix-Schreibweise
- (3)  $\varphi = (\psi j \chi)$  mit eindeutig bestimmtem  $j \in \{\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$  und eindeutig bestimmten Infix-Formeln  $\psi, \chi$ .

4. Zeigen Sie durch Induktion über den Aufbau der Infix-Formeln: In jeder Infix-Formel kommen genau so viele rechte wie linke Klammern vor.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 21. 04. 08 vor der Vorlesung