Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 08/09
19. 11. 08
Blatt 6

Übungen zur Mengenlehre

21. Fortsetzung von Aufgabe 20:

(a) Definieren Sie auf der in der Vorlesung definierten Menge $\mathbb{R}$ die Ordnung $\leq$.

(b) Zeigen Sie, dass $(\mathbb{R}, +, \cdot, \leq)$ der bis auf Isomorphie eindeutig bestimmte ordnungsvollständige, angeordnete Körper ist, der eine zu $(\mathbb{Q}, \leq)$ isomorphe, dichte Teilmenge besitzt.

22. Beweisen Sie, dass jede Ordinalzahl eine eindeutige Darstellung der Form $\beta = \omega^2 \cdot \alpha + \omega \cdot m + n$ besitzt, wobei $n, m \in \omega$ und $\alpha \in Ord$ ist.

23. Sei $\alpha \in Ord$ und $|\alpha| = \omega$. Beweisen Sie, dass es dann eine ordnungserhaltende Injektion $f : \alpha \to \mathbb{Q}$ gibt.

24. Zeigen Sie:

(a) Die Menge der algebraischen Zahlen ist abzählbar.

(b) Die Menge der transzendenten Zahlen hat dieselbe Mächtigkeit wie $\mathbb{R}$.

(c) Die Menge der offenen Teilmengen von $\mathbb{R}$ hat dieselbe Mächtigkeit wie $\mathbb{R}$.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 26. 11. 08 in der Vorlesungspause