Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 08/09
29. 10. 08
Blatt 3

Übungen zur Mengenlehre

9. Zeigen Sie:

(a) Eine Menge ist genau dann eine Ordinalzahl, wenn sie transitiv und durch $\in$ linear geordnet ist.

(b) Eine Menge ist genau dann eine Ordinalzahl, wenn sie transitiv und jedes ihrer Elemente transitiv ist.

10. Zeigen Sie:

(a) Für jedes $\alpha \in Ord$ gilt $\alpha = \{\beta \in Ord \mid \beta < \alpha\}$.

(b) Ist $C \subseteq Ord$ und $C \neq \emptyset$, dann ist $\bigcap C = min(C)$.

(c) Sei X eine Menge von Ordinalzahlen. Dann ist $\bigcup X = sup(X) \in Ord$.

11. Sei X eine transitive Menge und $f : X \to X$ eine Bijektion mit

$$\forall x, y \in X \ (x \in y \leftrightarrow f(x) \in f(y)).$$

Zeigen Sie, dass dann f schon die Identität ist.

12. Geben Sie eine $\in$-Formel $\varphi(x, y)$ an, so dass $\{(x, y) \in \alpha^2 \times \alpha^2 \mid \varphi(x, y)\}$ für alle $\alpha \in Ord$ eine Wohlordnung von $\alpha \times \alpha$ ist. Zeigen Sie diese Eigenschaft von φ.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 05. 11. 08 in der Vorlesungspause