Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 08/09
14. 01. 09
Blatt 11

Übungen zur Mengenlehre

41. Sei $\mathbb{B} = (B, 0, 1, +, \cdot, -)$ eine endliche Boolesche Algebra. Zeigen Sie: Es gibt eine Menge A, so dass $\mathbb{B} \cong (\mathfrak{P}(A), \emptyset, A, \cup, \cap, -)$ ist.

42. Sei κ regulär und überabzählbar. Sei $\lambda < \kappa$ regulär. Definiere

$$E^\kappa_\lambda = \{\alpha < \kappa \mid cf\ \alpha = \lambda\}.$$

Zeigen Sie, dass E^κ_λ eine stationäre Teilmenge von κ ist.

43. Beweisen Sie, dass es zwei disjunkte stationäre Teilmengen von ω_1 gibt.
Hinweis: Angenommen nicht. Dann enthält jede stationäre Menge eine abgeschlossene und unbeschränkte Menge. Betrachten Sie nun für alle $\alpha < \omega_1$ Funktionen $f_\alpha : \omega \to \alpha$, so dass f_α in α konfinal ist. Definieren Sie Funktionen g_n durch $g_n(\alpha) = f_\alpha(n)$. Wenn Sie auf diese Funktionen den Satz von Fodor anwenden, bekommen Sie einen Widerspruch.

44. Sei κ regulär und überabzählbar. Ein Zug fahre von 0 nach κ. Er hält bei jedem $\alpha < \kappa$. Sitzen dann Leute im Zug, so steigt eine Person aus. Danach steigen α Personen ein, und der Zug fährt weiter. Zeigen Sie, dass der Zug leer ist, wenn er bei κ ankommt.
Hinweis: Diejenige Person, die an der Station α aussteigt, ist bei einer früheren Station eingestiegen.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet. Abgabe am 21. 01. 09 in der Vorlesungspause. Dieses Blatt ist das letzte, das zur Zulassung zur Klausur gewertet wird.