# Übungen zur Mengenlehre I

Sei weiterhin $M$ ein Grundmodell, $\mathbb{P} \in M$ eine Forcing-Halbordnung und $G$ $\mathbb{P}$-generisch über $M$.

45. Zeigen Sie: Sind $x, y \in M[G]$, so ist auch $x \times y \in M[G]$.

46. Zeigen Sie:

(a) Sind $G_1$ und $G_2$ über $M$ $\mathbb{P}$-generische Filter mit $G_1 \subseteq G_2$, dann ist $G_1 = G_2$.

(b) Es gelte: $\forall p \in \mathbb{P}\ \exists q_0, q_1 \leq p\ q_0, q_1$ inkompatibel. Zeigen Sie, dass es dann mindestens abzählbar viele verschiedene über $M$ $\mathbb{P}$-generische Filter gibt.

Definiere auf $\mathbb{P} \times \mathbb{P}$ eine Ordnung $\leq$ durch

$$(p_1, p_2) \leq (q_1, q_2) \ \leftrightarrow\ p_1 \leq q_1 \ \wedge\ p_2 \leq q_2.$$

47. Zeigen Sie: Ausser in trivialen Fällen ist $G \times G$ nie $\mathbb{P} \times \mathbb{P}$-generisch über $M$.

48. Ist umgekehrt $H$ $\mathbb{P} \times \mathbb{P}$-generisch über $M$, so sind $H_1 := \{p \in \mathbb{P} \mid (p, q) \in H \text{ für ein } q \in \mathbb{P}\}$ und $H_2 := \{q \in \mathbb{P} \mid (p, q) \in H \text{ für ein } p \in \mathbb{P}\}$ $\mathbb{P}$-generisch über $M$.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 29. 01. 07 in der Vorlesung