22.05.06

6. S-Integrierbarkeit (Teil III)

Britta Schmidt

Lemma 2.4.
Sei $F : \Omega \longrightarrow {}^*\mathbb{R}$ μ-messbar und intern. Dann sind äquivalent:

(i) F *ist S-integrierbar.*

(ii) ${}^\circ F$ *ist Loeb integrierbar und* $\mathbb{E}_A(F) \approx \int_A {}^\circ F \, \mathrm{d}\mu_L \quad \forall A \in \mathcal{A}$.

Korollar 2.5.
Seien $F_n : \Omega \longrightarrow {}^*\mathbb{R}$ S-integrierbar, $n \in \mathbb{N}$. Es gelte ${}^\circ\mathbb{E}(|F_n - F_m|) \longrightarrow 0$ für $n \geq m \to \infty$. Dann existiert ein Loeb integrierbares $f : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ so dass F_K ein S-integrierbares Lifting von f für alle hinreichend kleinen $K \approx \infty$ ist.

Lemma 2.6.
Sei $f : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ Loeb integrierbar. Mit Satz 2.4 (s. Cornelius Viktor) besitzt f ein μ-messbares Lifting $F : \Omega \longrightarrow {}^*\mathbb{R}$. Für $H \in {}^*\mathbb{N}$ setze $F_H := F \, \mathbf{1}_{\{|F| \leq H\}}$. Dann ist für alle hinreichend kleinen $K \approx \infty$ F_K ein S-integriebares Lifting von f.

Lemma 2.7 (Lindstrom‘s Lemma)**.**
Sei $F : \Omega \longrightarrow {}^*\mathbb{R}$ intern und μ-messbar. Wenn $\mathbb{E}(|F|^p) < \infty$ für ein ${}^\circ p > 1$, dann ist F S-integrierbar.