Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

SoSe 05
06. 06. 05
Blatt 8

# Übungen zur Mathematik für Informatiker II a

22. Sei $\sigma$ eine Signatur und seien $\varphi, \psi, \chi \in Aus^\sigma$. Führen Sie formale Beweise für folgende Tautologien:
(a) $(\varphi \vee \psi) \to (\psi \vee \varphi)$
(b) $((\varphi \vee \psi) \to \chi) \to (\varphi \to \chi)$.

23. Sei $\sigma$ die Signatur mit nur einer Sorte $s$, einem einstelligen Relationssymbol $r$ und keinen Funktions- und Konstantensymbolen. Sei $\varphi \in Aus^\sigma$ die Aussage $r(v_0^s)$. Zeigen Sie, dass es keinen Term $t \in T^\sigma$ gibt, so dass

$$\exists v_0^s\ \varphi \to \varphi(t)$$

allgemeingültig ist.

24. Sei $\sigma$ eine Signatur und $\pi : \mathfrak{A} \to \mathfrak{B}$ ein Isomorphismus zwischen $\sigma$-Strukturen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$. Sei $\beta$ eine Belegung in $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{M} = (\mathfrak{A}, \beta)$ und $\mathfrak{N} = (\mathfrak{B}, \pi \circ \beta)$. Zeigen Sie durch Induktion:
(a) Für alle Terme $t \in T^\sigma$ gilt $\pi(\mathfrak{M}(t)) = \mathfrak{N}(t)$.
(b) Für alle Aussagen $\varphi \in Aus^\sigma$ gilt $\mathfrak{M} \models \varphi$ genau dann, wenn $\mathfrak{N} \models \varphi$ ist.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 13. Juni 2005, 14.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIIA05.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.