Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

SoSe 05
30. 05. 05
Blatt 7

Übungen zur Mathematik für Informatiker II a

19. Sei σ die in der Vorlesung angegebene Signatur für Vektorräume.

(a) Geben Sie eine Aussage $\varphi \in Aus^\sigma$ an, so dass für alle Vektorräume $\mathfrak{A}$ und alle Belegungen β genau dann $(\mathfrak{A}, \beta) \models \varphi$ gilt, wenn $\mathfrak{A}$ eindimensional ist.

(b) Geben Sie eine Aussage $\psi \in Aus^\sigma$ an, so dass für alle Vektorräume $\mathfrak{A}$ und alle Belegungen β genau dann $(\mathfrak{A}, \beta) \models \psi$ gilt, wenn $\mathfrak{A}$ zweidimensional ist.

20. Sei σ eine Signatur mit nur einer Sorte s, einem zweistelligen Relationssymbol r, einem einstelligen Funktionssymbol f und zwei Konstanten c, k. Zeigen Sie, dass die folgende Aussage erfüllbar ist:

$$
\begin{aligned}
&(\forall v_0^s\; r(v_0^s, f(v_0^s))) \wedge \\
&(\forall v_0^s \forall v_1^s\; (r(v_0^s, v_1^s) \to \neg v_0^s = v_1^s)) \wedge \\
&(\forall v_0^s \forall v_1^s \forall v_2^s\; (r(v_0^s, v_1^s) \wedge r(v_1^s, v_2^s) \to r(v_0^s, v_2^s))) \wedge \\
&\neg r(c, k) \wedge \neg r(k, c) \wedge \neg c = k.
\end{aligned}
$$

21. (a) Sei σ eine Signatur und seien $\varphi, \psi, \chi \in Aus^\sigma$. Zeigen Sie, dass $(\varphi \to (\psi \to \chi)) \to (\psi \to (\varphi \to \chi))$ allgemeingültig ist.

(b) Führen Sie einen formalen Beweis für

$$(\varphi \to (\psi \to \chi)) \to (\psi \to (\varphi \to \chi)).$$

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 6. Juni 2005, 14.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIIA05.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.