Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

SoSe 05
09. 05. 05
Blatt 5

Übungen zur Mathematik für Informatiker II a

13. Binäre Addition:

Betrachte die Menge $\{0, 1\}$. Mit den in Aufgabe 12 definierten Operationen $+_B, \cdot_B, -_B$ wird diese zu einer Booleschen Algebra. Andererseits kann man 0 und 1 auch im Sinne der natürlichen Zahlen addieren und multiplizieren. Seien diese Operationen mit $+$ und $\cdot$ bezeichnet.

Geben Sie Boolesche Terme $s(x, y)$ und $u(x, y)$ an, so dass für alle $x, y \in \{0, 1\}$ gilt:

$$x + y = u(x, y) \cdot 2 + s(x, y).$$

14. Sei $(B, +, \cdot, -, 0, 1)$ eine Boolesche Algebra und $x \leq y$ definiert durch $x \cdot y = y$. Dann heißt B vollständig, wenn für jede Teilmenge $X \subseteq B$ das Infimum $\inf(X)$ und das Supremum $\sup(X)$ bezüglich $\leq$ existieren.

Sei nun

$$B = \{x \subseteq \mathbb{N} \mid x \text{ oder } \mathbb{N} \setminus x \text{ ist endlich.}\}$$

Dann ist $(B, \cup, \cap, -, \emptyset, \mathbb{N})$ eine Boolesche Algebra. Ist diese vollständig? Beweisen Sie Ihre Antwort.

15. Geben Sie geeignete Signaturen für folgende Strukturen an:

(a) Boolesche Algebren $(B, +, \cdot, -, 0, 1)$

(b) partielle Ordnungen $(M, \leq_M)$

(c) die reellen Zahlen $(\mathbb{R}, +, \cdot, 0, 1, \leq)$

(d) Vektorräume $(V, K, +_V, \cdot_V, \cdot_K, +_K, 0_V, 0_K, 1_K)$.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 23. Mai 2005, 14.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIIA05.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.