Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

SoSe 05
25. 04. 05
Blatt 3

Übungen zur Mathematik für Informatiker II a

7. Sei

$$M = \{\{1,2,3,4\},\{1,2,3\},\{2,3,4\},\{2\},\{3\},\emptyset\}.$$

Bestimmen Sie für alle $s, t \in M$ das Supremum $s \sqcup t$ und das Infimum $s \sqcap t$ in $(M, \subseteq)$, falls sie existieren. Ist $(M, \subseteq)$ ein Verband?

8. Ein Verband $(P, \leq)$ heißt distributiv, falls in $(P, \leq)$ folgende Gesetze gelten:

$$\forall x, y, z \quad x \sqcap (y \sqcup z) = (x \sqcap y) \sqcup (x \sqcap z)$$

$$\forall x, y, z \quad x \sqcup (y \sqcap z) = (x \sqcup y) \sqcap (x \sqcup z).$$

Zeigen Sie, dass in einem Verband das erste Gesetz bereits das zweite impliziert, und umgekehrt.

9. Seien $p = (x_p, \leq_p)$ und $q = (x_q, \leq_q)$ Verbände, so dass

$$\forall s, t \in x_p \cap x_q \quad s \leq_p t \Leftrightarrow s \leq_q t$$

gilt. Definiere $r = (x_r, \leq_r)$ durch:

$x_r := x_p \cup x_q$

$s \leq_r t :\Leftrightarrow \ s \leq_p t \ \vee \ s \leq_q t \ \vee$

$$(\exists u \in x_p \cap x_q)(\ s \leq_p u \leq_q t \ \vee \ s \leq_q u \leq_p t \ ).$$

Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) r ist eine partielle Ordnung.

(b) Sind $s, t \in x_r$, so haben s und t ein Infimum in r.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 2. Mai 2005, 14.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIIA05.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.