Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

SoSe 04
18. 04. 04
Blatt 2

Übungen zur Mathematik für Informatiker II a

4. Sei $f : M \to N$ eine Abbildung. Zeigen Sie, daß

$$R = \{(a, b) \in M \times M \mid f(a) = f(b)\}$$

eine Äquivalenzrelation auf M ist. Wann sind alle dazugehörigen Äquivalenzklassen einelementig?

5. (a) Sei M eine Menge und seien R_1, R_2 zwei Äquivalenzrelationen auf M. Zeigen Sie, daß auch $R_1 \cap R_2$ eine Äquivalenzrelation auf M ist.

(b) Geben Sie auf der Menge $M = \{1, 2, 3\}$ zwei Äquivalenzrelationen R_1 und R_2 an, so daß $R_1 \cup R_2$ keine Äquivalenzrelation auf M ist.

6. Sei V ein K-Vektorraum und U ein Unterraum von V. Auf der Menge $V/U = \{v + U \mid v \in V\}$ sei durch $(v + U) + (w + U) = (v + w) + U$ und $\alpha(v + U) = \alpha v + U$ eine Addition und eine Skalarmultiplikation eingeführt.

(a) Zeigen Sie, daß diese Definitionen unabhängig von der Wahl der "Repräsentanten" ist. D.h. ist $v + U = v' + U$ und $w + U = w' + U$, so gilt $(v + U) + (w + U) = (v' + U) + (w' + U)$ und $\alpha(v + U) = \alpha(v' + U)$.

(b) Zeigen Sie, daß V/U mit diesen Verknüpfungen ein K-Vektorraum mit Nullvektor $0 + U$ und $(-v) + U$ als additivem Inversen von $v + U$ ist.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 25. April 2005, 14.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIIA05.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.