Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

SoSe 05
11. 04. 05
Blatt 1

Übungen zur Mathematik für Informatiker II a

1. Seien M und N Mengen. Zeigen Sie, daß folgende Aussagen äquivalent sind:

$$M \cap N = M \qquad M \cup N = N \qquad M \subseteq N$$

2. Sei $f : M \to N$ eine Abbildung und seien A_1, A_2 Teilmengen von M, sowie B_1, B_2 Teilmengen von N. Zeigen Sie:
(a) $f[A_1 \cup A_2] = f[A_1] \cup f[A_2]$
(b) $f[A_1 \cap A_2] \subseteq f[A_1] \cap f[A_2]$
(c) $f^{-1}[B_1 \cup B_2] = f^{-1}[B_1] \cup f^{-1}[B_2]$
(d) $f^{-1}[B_1 \cap B_2] = f^{-1}[B_1] \cap f^{-1}[B_2]$

3. Sei $\circ$ ein Symbol für eine zweistellige Funktion und e für eine Konstante. Eine Struktur $(G, \circ, e)$ heißt Gruppe, wenn in ihr folgende Axiome gelten:
(i) $\forall x \; x \circ e = x = e \circ x$
(ii) $\forall x \; \exists y \; x \circ y = e = y \circ x$
(iii) $\forall x \; \forall y \; \forall z \; (x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$.

Gilt außerdem $\forall x \; \forall y \; x \circ y = y \circ x$, so heißt die Gruppe kommutativ.

Zeigen Sie:

(a) Ist $\emptyset \neq U \subseteq G$, so dass $x \circ y^{-1} \in U$ für alle $x, y \in U$ gilt, so ist $(U, \circ \restriction U^2, e)$ eine Gruppe.

(b) Es gibt kommutative und nicht kommutative Gruppen.

Bemerkung: (b) zeigt, dass aus (i) - (iii) weder die Kommutativität noch ihre Negation folgt.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 18. April 2005, 14.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIIA05.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.