

Übungen zur Mengenlehre I

33. Sei $T = \{(\mathbf{Ext}), (\mathbf{Paar}), (\bigcup - \mathbf{Ax}), (\mathbf{Inf}), \text{Fundierungsaxiom}, \Sigma_0\text{-Aussonderung}, \text{Beschränkung}\}$. Zeigen Sie:

- (a) $\mathbf{ZF} \models \text{Beschränkung}$
- (b) $T \models \forall u, v \ u \cap v, u \setminus v, u \times v \in V$
- (c) $T \models (\mathbf{Aus})$
- (d) $T \models (\mathbf{Fund})$.

34. Sei $TC(x) := \bigcap \{z \mid x \subseteq z \wedge Trans(x)\}$ die so genannte transitive Hülle von $x \in V$. Sei $H_\kappa := \{x \mid card(Trans(x)) < \kappa\}$ und $\kappa > \omega$ regulär. Zeigen Sie, dass φ^{H_κ} für alle $\varphi \in \mathbf{ZF}^-$ gilt.

35. Zeigen Sie: Ist $F : On \rightarrow V$ eine funktionale Klasse, so gilt $rng(F) \subseteq OD$. Also ist OD die größte Klasse, für die eine definierbare Bijektion mit den Ordinalzahlen existiert.

36. Es gelte $\mathbf{ZF} - (\mathbf{Fund})$. Sei On definiert wie in Aufgabe 16 und $V = \bigcup \{V_\alpha \mid \alpha \in On\}$. Zeigen Sie, dass dann φ^V für alle $\varphi \in \mathbf{ZF}$ gilt.

Daraus folgt zusammen mit Aufgabe 27 und 28, dass (\mathbf{Fund}) von $\mathbf{ZF} - (\mathbf{Fund})$ unabhängig ist.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 22. 12. 04 in der Vorlesung

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MengenlehreI.html