Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 04/05
24. 11. 04
Blatt 7

Übungen zur Mengenlehre I

25. Unter **ZFC** gilt (was Sie nicht zu zeigen brauchen):
Ist $\kappa \in Card$ singulär und existiert ein $\gamma_0 < \kappa$ mit $2^\gamma = 2^{\gamma_0}$ für alle $\gamma_0 \leq \gamma < \kappa$, so ist $2^\kappa = 2^{\gamma_0}$.

Folgern Sie daraus:
Ist β so, dass $2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+\beta}$ für alle α gilt, dann ist $\beta < \omega$.

26. Sei

$$A = \begin{pmatrix} -\cos\delta & 0 & \sin\delta \\ 0 & -1 & 0 \\ \sin\delta & 0 & \cos\delta \end{pmatrix}.$$

(a) Zeigen Sie: $A \in SO(3)$.

(b) Welcher geometrischen Operation entspricht die Multiplikation mit A?

27. Sei $(M, \epsilon) \models$ **ZF**. Sei $F : M \to M$ eine Bijektion, so dass eine Formel φ und $x_1, \ldots, x_n$ mit $F = \{x \in M \mid (M, \epsilon) \models \varphi(x, x_1, \ldots, x_n)\}$ existieren. Definiere $x\epsilon' y$ durch $x\epsilon F(y)$ für alle $x, y \in M$.
Zeigen Sie: $(M, \epsilon') \models$ (**Ext**), (**Paar**), ($\bigcup$ −**Ax**), (**Pot**).

28. Fortsetzung von Aufgabe 27
Zeigen Sie:

(a) $(M, \epsilon') \models$ (**Ers**)

(b) $(M, \epsilon') \models$ (**Inf**)

(c) Man kann F so wählen, dass $(M, \epsilon') \models \neg$(**Fund**).

Die Aufgaben 27 und 28 zeigen die relative Konsistenz von $\neg$(**Fund**) mit **ZF** − (**Fund**).

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 01. 12. 04 in der Vorlesung

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MengenlehreI.html