Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 04/05
17. 11. 04
Blatt 6

Übungen zur Mengenlehre I

Kardinalzahlarithmetik

21. Zeigen Sie, dass für alle Kardinalzahlen κ, λ, μ Folgendes gilt:
(a) $\kappa^{\lambda+\mu} = \kappa^\lambda \cdot \kappa^\mu$
(b) $(\kappa^\lambda)^\mu = \kappa^{\lambda \cdot \mu}$
(c) $\kappa^\mu \leq \lambda^\mu$, falls $\kappa \leq \lambda$
(d) $\kappa^\lambda \leq \kappa^\mu$, falls $0 < \lambda \leq \mu$.

22. Beweisen Sie:
(a) $\Pi_{0<n<\omega}\, n = 2^{\aleph_0}$
(b) $\Pi_{n<\omega}\aleph_n = \aleph_\omega^{\aleph_0}$.

23. Zeigen Sie:
(a) ω_1 ist keine Vereinigung von abzählbar vielen abzählbaren Mengen.
(b) Eine unendliche Kardinalzahl κ ist genau dann singulär, wenn es $\lambda < \kappa$ und $\kappa_i < \kappa$ mit $\kappa = \sum_{i<\lambda} \kappa_i$ gibt.

24. Sei $[\mu]^\kappa$ die Menge aller Teilmengen von μ der Kardinalität κ. Eine Teilmenge $C \subseteq [\mu]^\kappa$ heißt konfinal in $[\mu]^\kappa$, wenn für alle $x \in [\mu]^\kappa$ ein $y \in C$ mit $x \subseteq y$ existiert. Zeigen Sie für alle unendlichen Kardinalzahlen $\kappa \leq \mu$:
Ist C konfinal in $[\mu]^\kappa$, so ist $card([\mu]^\kappa) = card(C) \cdot 2^\kappa$.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 24. 11. 04 in der Vorlesung

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MengenlehreI.html