Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 04/05
20. 10. 04
Blatt 2

Übungen zur Mengenlehre I

5. Definiere auf $\mathbb{N}$ eine Relation $\in'$ durch $m \in' n \equiv \exists s, r \in \mathbb{N}(n = 2^{m+1}s + 2^m + r \wedge r < 2^m)$.

(a) Welche Axiome der Mengenlehre erfüllt diese Struktur?

(b) Wie sehen die Ordinalzahlen in dieser Struktur aus?

6. Sei A ein Klasse. Zeigen Sie:

$$\mathrm{Trans}(A) \leftrightarrow \mathrm{Trans}(\mathfrak{P}(A)).$$

7. Sei A eine Klasse. Zeigen Sie:

(a) $(A \subseteq On \wedge \mathrm{Trans}(A)) \rightarrow (A \in On \vee A = On)$.

(b) $A \subseteq On \rightarrow ((\bigcup A \in On \vee \bigcup A = On) \wedge$
$\forall \alpha, \beta\ ((\alpha \in A \wedge A \subseteq \beta) \rightarrow (\alpha \leq \bigcup A \wedge \bigcup A \leq \beta)))$.

D.h. ist A eine beschränkte Teilklasse von On, so ist $\bigcup A$ die kleinste obere Schranke von A.

8. Sei A eine Klasse. Wir setzen $\bigcap A := \{x \mid \forall y \in A(x \in y)\}$. Zeigen Sie:

(a) $(A \neq \emptyset \rightarrow \bigcap A \in V)$

(b) $(A \subseteq On \wedge A \neq \emptyset) \rightarrow (\bigcap A \in A \wedge \forall \alpha \in A\ (\bigcap A \leq \alpha))$.

D.h. ist A eine nicht leere Klasse von Ordinalzahlen, so ist $\bigcap A$ das kleinste Element von A.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 27. 10. 04 in der Vorlesung

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MengenlehreI.html