Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 04/05
12. 01. 05
Blatt 12

Übungen zur Mengenlehre I

Sei im Folgenden M stets ein Grundmodell, $(\mathbb{P}, \leq 1_{\mathbb{P}}) \in M$ eine Forcing-Halbordnung und G ein $\mathbb{P}$-Filter.

45. (a) Zeigen Sie: Sind $x, y \in M[G]$, so ist auch $x \times y \in M[G]$.
(b) Seien $\dot{x}, \dot{y} \in M$ Namen für $x, y \in M[G]$. Geben Sie einen Namen $\dot{z} \in M$ für $(x, y) \in M[G]$ an.

46. Es gelte $G \in M$. Zeigen Sie, dass dann $M[G] = M$ ist.

Eine Menge $D \subseteq \mathbb{P}$ heißt dicht in $\mathbb{P}$, falls $\forall p \in \mathbb{P}\ \exists q \in D\ q \leq p$ gilt.
G heißt $\mathbb{P}$-generisch über M, falls $\forall D \in M\ (D$ dicht in $\mathbb{P} \rightarrow D \cap G \neq \emptyset)$.

47. Sei $\mathbb{P}$ die Cohen-Halbordnung und G $\mathbb{P}$-generisch über M. Zeigen Sie, dass dann in $M[G]$ ein $a \subseteq \omega$ mit $a \notin M$ existiert.

48. Sei $D \subseteq \mathbb{P}$ mit $D \in M$. Weiterhin sei G $\mathbb{P}$-generisch über M und $p \in G$. Es gelte: $\forall q \leq p\ \exists r \in D\ q, r$ kompatibel. Zeigen Sie, dass dann $G \cap D \neq \emptyset$.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 19. 01. 05 in der Vorlesung

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MengenlehreI.html