Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 04/05
14. 12. 04
Blatt 9

Übungen zur Mathematik für Informatiker I a

25. Seien über $\mathbb{R}$ die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & -3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \\ 7 & -5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 7 & 8 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

gegeben. Bestimmen Sie alle Produkte aus je zwei Faktoren, so weit diese definiert sind.

26. Sei V der $\mathbb{R}$-Vektorraum der Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Sei

$$g_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 1 \qquad g_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x \qquad g_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2.$$

Betrachte $U = L(g_1, g_2, g_3)$ und die Funktion

$$D : U \to U, f \mapsto f',$$

wobei f' die Ableitung von f sei.

(a) Zeigen Sie, daß (g_1, g_2, g_3) eine Basis von U ist.

(b) Beweisen Sie mit Hilfe der Ableitungsregeln, daß D linear ist.

(c) Bestimmen Sie eine Basis von $\mathrm{Bild} D$.

27. (a) Sei $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie eine Basis von $\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^1)$. (Beweis!)

(b) Sei weiterhin $n \in \mathbb{N}$. Sei nun V ein beliebiger n-dimensionaler Vektorraum. Bestimmen Sie die Dimension von $\mathrm{Hom}(V, \mathbb{R})$. (Begründung!)

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 21. Dezember 2004, 9.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIA04.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.