Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 04/05
26. 10. 04
Blatt 2

Übungen zur Mathematik für Informatiker I a

4. (a) Bestimmen Sie alle Lösungen von $2x = 3$ über $\mathbb{Z}_6$ und über $\mathbb{Z}_7$.

(b) Bestimmen Sie alle Lösungen von

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

über $\mathbb{Z}_6$ und über $\mathbb{Z}_7$.

5. Sei x die (einzige) positive reelle Zahl mit $x^2 = 2$.
Beweisen Sie: Es gibt keine natürlichen Zahlen n und m, so daß $x = \frac{n}{m}$ ist.
Hinweis: Nehmen Sie an, solche Zahlen gäbe es. Dann kann man eventuell kürzen. Danach sind Zähler und Nenner nicht beide gerade. Das führt zu einem Widerspruch.

6. Sei $m \in \mathbb{N}$, $m \neq 0$ und für $n \in \mathbb{N}$ sei $[n]$ der Rest der Division von n durch m. Sei $k = \sum_{n=0}^{r} \varepsilon_n 2^n$ mit $\varepsilon_n \in \{0, 1\}$. Sei $a \in \mathbb{N}$, und seien $f(n)$ und $g(n)$ rekursiv definiert durch

$g(0) = [a]$, $f(0) = g(0)^{\varepsilon_0}$
$g(n+1) = [g(n)^2]$
$f(n+1) = [f(n)g(n+1)^{\varepsilon_{n+1}}]$.

Beweisen Sie, daß $f(r) = [a^k]$ gilt.
Bemerkung: Diese Methode $[a^n]$ zu berechnen ist wesentlich effektiver als die offensichtliche.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 2. November 2004, 9.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIA04.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.