Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 04/05
13. 01. 05
Blatt 12

Übungen zur Mathematik für Informatiker I a

36. Sei

$$f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 + 3x_2 + x_3 \\ -2x_1 + 2x_4 \\ x_3 + 2x_4 \\ x_2 + 3x_3 + x_4 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die darstellende Matrix A von f bezüglich der kanonischen Basis von $\mathbb{R}^4$.

(b) Bestimmen Sie die darstellende Matrix A' von f bezüglich der Basis

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

37. Sei $A \in M(3 \times 3, \mathbb{R})$ die Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Eigenvektoren von A zu den Eigenwerten $0, 1, -1$.

(b) Geben Sie eine invertierbare Matrix $P \in M(3 \times 3, \mathbb{R})$ an, so daß PAP^{-1} eine Diagonalmatrix ist.

38. (a) Bestimmen Sie für folgende Matrizen alle Eigenwerte sowie Basen der dazugehörigen Eigenräume:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \in M(2 \times 2, \mathbb{R}) \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \in M(2 \times 2, \mathbb{C}).$$

(b) Sei V der Vektorraum der beliebig oft differenzierbaren Funktionen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$ und sei $f : V \to V$ der Endomorphismus, der jeder Funktion v ihre Ableitung v' zuordnet. Zeigen Sie, daß jedes $\lambda \in \mathbb{R}$ Eigenwert von f ist.

Dieses Blatt wird nicht mehr gewertet, aber ähnliche Aufgaben können in der Klausur vorkommen.

Abgabemöglichkeit: bis spätestens 20. Januar 2005, 9.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIA04.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.