Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 04/05
06. 01. 05
Blatt 11

# Übungen zur Mathematik für Informatiker I a

31. Sei $A_\varphi$ die darstellende Matrix einer Drehung des $R^2$ um den Winkel $\varphi$ um den Ursprung. Sei $B_\varphi$ die darstellende Matrix einer Spiegelung an der Geraden durch den Ursprung mit der Steigung $\frac{\varphi}{2}$.
(a) Seien $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ gegeben. Bestimmen Sie ein $\varphi$, so dass $B_\varphi = B_{\varphi_1} B_{\varphi_2} B_{\varphi_3}$ ist.
(a) Seien $\varphi_1, \varphi_2$ gegeben. Bestimmen Sie $\psi_1$ und $\psi_2$, so dass $B_{\psi_1} = A_{\varphi_1} B_{\varphi_2}$ und $B_{\psi_2} = B_{\varphi_2} A_{\varphi_1}$ ist.

32. In der Vorlesung wurden die Additionstheoreme gezeigt. Daraus folgt $\sin(2\varphi) = 2\sin\varphi\cos\varphi$ und $\cos(2\varphi) = \cos^2\varphi - \sin^2\varphi$. Beweisen Sie analoge Formeln für $\sin(3\varphi)$ und $\cos(3\varphi)$.

33. Sei
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 6 \end{pmatrix} \in M(3 \times 3, \mathbb{R}).$$
Bestimmen Sie das Inverse von $A$.

*Das waren die letzten Aufgaben, von denen Sie die Hälfte (oder etwas weniger) für die Zulassung zur Klausur benötigen. Die folgenden beiden Aufgaben geben Zusatzpunkte. Sie sind aber auch eine interessante Übung.*

34. Man bestimme, für welche $t \in \mathbb{R}$ die Matrix
$$A = \begin{pmatrix} 1 & t & 0 & 0 \\ t & 1 & 0 & 0 \\ 0 & t & 1 & 0 \\ 0 & 0 & t & 1 \end{pmatrix} \in M(4 \times 4, \mathbb{R})$$
invertierbar ist, und berechne gegebenenfalls die inverse Matrix $A^{-1}$.

Bitte wenden!

35. Seien $A = (a_{ij} \mid 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n)$ und $B = (b_{ij} \mid 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n)$ zwei $m \times n$-Matrizen mit Spalten

$$v_j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad w_j = \begin{pmatrix} b_{1j} \\ \vdots \\ b_{mj} \end{pmatrix}.$$

Und sei $C$ eine invertierbare $n \times n$-Matrix mit $AC = B$.
Zeigen Sie, dass dann $L(v_1, \ldots, v_n) = L(w_1, \ldots, w_n)$ ist.
Sind also $f$ und $g$ die zu $A$ bzw. $B$ gehörigen linearen Abbildungen, so gilt *Bild* $f =$ *Bild* $g$.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 13. Januar 2005, 9.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIA04.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.