Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 04/05
21. 12. 04
Blatt 10

Übungen zur Mathematik für Informatiker I a

28. Eine quadratische Matrix A heißt Permutationsmatrix, wenn jede Zeile von A und jede Spalte von A genau eine 1 enthält, alle anderen Einträge aber 0 sind.

(a) Interpretieren Sie die Multiplikation mit $A \in M(3\times 3, \mathbb{R})$ als geometrische Operation im $\mathbb{R}^3$.

(b) Zeigen Sie, dass jede Permutationsmatrix invertierbar ist, und geben Sie das Inverse an.

29. Fassen Sie $\mathbb{C}$ wie in der Vorlesung als zweidimensionalen $\mathbb{R}$-Vektorraum auf. Zeigen Sie, dass dann

$$f : \mathbb{C} \to M(2 \times 2, \mathbb{R}), \quad x + iy \mapsto \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$$

ein Monomorphismus ist, so dass $f(z_1) \cdot f(z_2) = f(z_1 \cdot z_2)$ für alle $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ gilt.

30. Zeigen Sie, daß für eine Matrix $A = DM(f) \in M(m \times n, \mathbb{R})$ äquivalent sind:

(i) rg $f = m$.

(ii) Die Zeilen von A sind linear unabhängig.

(iii) Aus $(\lambda_1, \ldots, \lambda_m)A = 0$ $(\lambda_i \in \mathbb{R})$ folgt stets $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_m = 0$.

(iv) Es gibt eine Matrix $B \in M(n \times m, \mathbb{R})$ mit $AB = E_m$.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 6. Januar 2005, 9.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIA04.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Frohe Weihnachten und ein Gutes Neues Jahr!!