Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 04/05
19. 10. 04
Blatt 1

Übungen zur Mathematik für Informatiker I a

1. Sei $(R, +, \cdot, -, 0, 1)$ ein Ring. Wir schreiben λ^2 für $\lambda \cdot \lambda$, 2 für $1+1$ und $\lambda - \nu$ für $\lambda + (-\nu)$. Beweisen Sie, dass dann folgendes gilt:

(a) $(\lambda + \mu)(\lambda - \mu) = \lambda^2 - \mu^2$

(b) $(\mu + \nu + \lambda)^2 = \mu^2 + \nu^2 + \lambda^2 + 2(\mu \cdot \nu + \nu \cdot \lambda + \lambda \cdot \mu)$.

Geben Sie dabei in jedem Schritt den Satz des Skripts an, den Sie verwendet haben.

2. Sei $m \in \mathbb{N}$, $m \neq 0$ und $\mathbb{Z}_m = \{0, \ldots, m-1\}$. Für $n \in \mathbb{N}$ sei $[n]$ der Rest der Division von n durch m. Beweisen Sie, dass $[[a] + [b]] = [a+b]$ und $[[a] \cdot [b]] = [a \cdot b]$ ist.

Für $a, b \in \mathbb{Z}_m$ seien $\oplus$ und $\otimes$ definiert durch $a \oplus b = [a+b]$ und $a \otimes b = [a \cdot b]$. Fertigen Sie Tafeln für $\mathbb{Z}_5$ und $\mathbb{Z}_6$ mit diesen beiden Operationen an.

Für die beiden Operationen gilt das Kommutativgesetz. Wie sieht man das an den Tafeln?

Gibt es für alle $a \in \mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}$ ein $b \in \mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}$, so daß $a \otimes b = 1$ ist? Gilt das auch für $\mathbb{Z}_6$?

3. Sei $(R, +, \cdot, -, 0, 1)$ ein Ring. Zeigen Sie, dass dann $(-1) \cdot \lambda = -\lambda$ für alle $\lambda \in R$ gilt.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 26. Oktober 2004, 9.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIA04.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.