

Übungen zur Mathematik für Informatiker II a

13. Sei $(B, +, \cdot, -, 0, 1)$ eine Boolesche Algebra. Seien $x, y, y' \in B$, so daß sowohl $x + y = 1$ und $xy = 0$ als auch $x + y' = 1$ und $xy' = 0$ ist. Zeigen Sie, daß dann $y = y'$ ist. D.h. $-x$ ist das eindeutig bestimmte y mit $x + y = 1$ und $xy = 0$.

14. Geben Sie geeignete Signaturen für folgende Strukturen an:

- (a) Boolesche Algebren $(B, +, \cdot, -, 0, 1)$
- (b) partielle Ordnungen $(M, \leq_M)$
- (c) die reellen Zahlen $(\mathbb{R}, +, \cdot, 0, 1, \leq)$
- (d) die reellen und komplexen Zahlen mit Real- und Imaginärteilmfunktion $(\mathbb{C}, \mathbb{R}, +_{\mathbb{R}}, -_{\mathbb{R}}, \cdot_{\mathbb{R}}, +_{\mathbb{C}}, \cdot_{\mathbb{C}}, re, im)$
- (e) Vektorräume $(V, K, +_V, \cdot_V, +_K, \cdot_K, 0_V, 0_K, 1_K)$.

Bemerkung: Dies entspricht in Programmiersprachen wie C++ den Deklarationen.

15. Sei $(\mathbb{R}, +_{\mathbb{R}}, -_{\mathbb{R}}, \cdot_{\mathbb{R}})$ die Struktur der reellen Zahlen mit ihrer Addition, Subtraktion und Multiplikation. Sei $(C, \mathbb{R}, +_{\mathbb{R}}, -_{\mathbb{R}}, \cdot_{\mathbb{R}}, +_C, \cdot_C, re_C, im_C)$ eine Erweiterung davon mit der Signatur aus Aufgabe 14 (d). Formulieren Sie mit den Sorten und Symbolen der Signatur und $\forall, \exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, =,)$, (Gesetze mit folgender Eigenschaft:

Gelten diese Gesetze in $(C, \mathbb{R}, +_{\mathbb{R}}, -_{\mathbb{R}}, \cdot_{\mathbb{R}}, +_C, \cdot_C, re_C, im_C)$, so ist

$$(C, \mathbb{R}, +_{\mathbb{R}}, -_{\mathbb{R}}, \cdot_{\mathbb{R}}, +_C, \cdot_C, re_C, im_C) \cong (\mathbb{C}, \mathbb{R}, +_{\mathbb{R}}, -_{\mathbb{R}}, \cdot_{\mathbb{R}}, +_{\mathbb{C}}, \cdot_{\mathbb{C}}, re, im).$$

Zeigen Sie diese Eigenschaft.

Bemerkung: Dies entspricht in Programmiersprachen wie C++ der Definition einer Klasse `complex` bei gegebenem Typ `double`.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 24. Mai 2004, 14.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIIA.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.