

Übungen zur Mathematik für Informatiker II a

4. Sei $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung. Zeigen Sie, daß

$$R = \{(a, b) \in M \times M \mid f(a) = f(b)\}$$

eine Äquivalenzrelation auf M ist. Wann sind alle dazugehörigen Äquivalenzklassen einelementig?

5. (a) Sei M eine Menge und seien R_1, R_2 zwei Äquivalenzrelationen auf M . Zeigen Sie, daß auch $R_1 \cap R_2$ eine Äquivalenzrelation auf M ist.

(b) Geben Sie auf der Menge $M = \{1, 2, 3\}$ zwei Äquivalenzrelationen R_1 und R_2 an, so daß $R_1 \cup R_2$ keine Äquivalenzrelation auf M ist.

6. Sei \circ ein Symbol für eine zweistellige Funktion und e für eine Konstante.

(a) Zeigen Sie, daß aus $(\forall x)(x \circ e = x = e \circ x)$, $(\forall x)(\exists y)(x \circ y = e = y \circ x)$ und $(\forall x)(\forall y)(\forall z)((x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z))$ nicht $(\forall x)(\forall y)(x \circ y = y \circ x)$ folgt, indem Sie eine Struktur $\mathfrak{M} = \langle M, \circ^{\mathfrak{M}}, e^{\mathfrak{M}} \rangle$ mit $\circ^{\mathfrak{M}} : M \times M \rightarrow M$ und $e^{\mathfrak{M}} \in M$ angeben, in der die ersten drei Aussagen gelten und die vierte falsch ist.

(b) Zeigen Sie entsprechend, daß aus $(\forall x)(x \circ e = x = e \circ x)$, $(\forall x)(\exists y)(x \circ y = e = y \circ x)$ und $(\forall x)(\forall y)(\forall z)((x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z))$ auch $\neg(\forall x)(\forall y)(x \circ y = y \circ x)$ nicht folgt.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 3. Mai 2004, 14.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr.,
Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIIA.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.