Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

SoSe 04
19. 04. 04
Blatt 1

Übungen zur Mathematik für Informatiker II a

1. Seien M und N Mengen. Zeigen Sie, daß folgende Aussagen äquivalent sind:

$$M \cap N = M \qquad M \cup N = N \qquad M \subseteq N$$

2. Sei $f : M \to N$ eine Abbildung und seien A_1, A_2 Teilmengen von M, sowie B_1, B_2 Teilmengen von N. Zeigen Sie:
(a) $f[A_1 \cup A_2] = f[A_1] \cup f[A_2]$
(b) $f[A_1 \cap A_2] \subseteq f[A_1] \cap f[A_2]$
(c) $f^{-1}[B_1 \cup B_2] = f^{-1}[B_1] \cup f^{-1}[B_2]$
(d) $f^{-1}[B_1 \cap B_2] = f^{-1}[B_1] \cap f^{-1}[B_2]$

3. Seien $\langle P, \leq_P \rangle$ und $\langle Q, \leq_Q \rangle$ Strukturen mit jeweils nur einer Trägermenge P bzw. Q und einer binären Relation $\leq_P \subseteq P \times P$ bzw. $\leq_Q \subseteq Q \times Q$. Eine Bijektion $\pi : P \to Q$ heißt Isomorphismus von $\langle P, \leq_P \rangle$ auf $\langle Q, \leq_Q \rangle$, wenn für alle $x, y \in P$ $x \leq_P y$ genau dann gilt, wenn $\pi(x) \leq_Q \pi(y)$ gilt. $\langle P, \leq_P \rangle$ und $\langle Q, \leq_Q \rangle$ heißen isomorph, wenn es einen Isomorphismus von $\langle P, \leq_P \rangle$ auf $\langle Q, \leq_Q \rangle$ gibt.
(a) Zeigen Sie: Ist $M \subseteq \mathbb{N}$ unendlich, so sind $\langle M, \leq \cap M^2 \rangle$ und $\langle \mathbb{N}, \leq \rangle$ isomorph.
(b) Geben Sie ein unendliches $M \subseteq \mathbb{R}$ an, so daß $\langle M, \leq \cap M^2 \rangle$ und $\langle \mathbb{R}, \leq \rangle$ nicht isomorph sind.
(c) Geben Sie eine unendliche Struktur $\langle P, \leq_P \rangle$ an, so daß die Identität der einzige Isomorphismus von $\langle P, \leq_P \rangle$ auf sich selbst ist.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 26. April 2004, 14.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIIA.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.