Mathematisches Institut
Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 03/04
09. 12. 03
Blatt 8

# Übungen zur Mathematik für Informatiker I a

22. Betrachten Sie die Matrizen über einem Körper.

(a) Sei $A$ eine $m \times n$-Matrix, in der mindestens eine Zeile Null ist. Zeigen Sie, daß es keine $n \times m$-Matrix $B$ gibt mit $AB = E_m$.

(b) Seien $A$, $B$ zwei $n \times n$-Matrizen, so daß $AB$ invertierbar ist. Zeigen Sie, daß auch $A$ und $B$ invertierbar sind.

23. Gegeben seien im $\mathbb{R}^3$ die zwei Vektoren $v_1 = (1, 2, -1)$ und $v_2 = (2, 1, 4)$. Zeigen Sie:

(a) Es gibt unendlich viele lineare Abbildungen $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ mit

$$f(v_1) = (1, 0) \quad \text{und} \quad f(v_2) = (0, 1).$$

(b) Alle in (a) betrachteten Abbildungen nehmen an der Stelle $(1, 1, 1)$ den selben Wert an.

24. Sei $V$ der $\mathbb{R}$-Vektorraum der Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Sei

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \sin x$$

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \cos x.$$

Betrachte $U = L(g, h)$ und die Funktion

$$D : U \to U, f \mapsto f',$$

wobei $f'$ die Ableitung von $f$ sei.

(a) Zeigen Sie, daß $(g, h)$ eine Basis von $U$ ist.

(b) Beweisen Sie mit Hilfe der Ableitungsregeln, daß $D$ linear ist.

(c) Bestimmen Sie die darstellende Matrix von $D$ bezüglich der Basis $(g, h)$ von U (siehe Aufgabe 21).

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabetermin: bis spätestens 16. Dezember 2003, 9.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr./Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIA.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.