

Elemente der Mathematik - Sommer 2016

Prof. Dr. Matthias Lesch, Regula Krapf

Übungsblatt 4

Aufgabe 12 (4 Punkte).

- (a) Zeigen Sie, dass $\mathbb{Q}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\} \subseteq \mathbb{C}$, mit der Addition und Multiplikation in \mathbb{C} , ein Körper ist.
- (b) Eine Zahl $z \in \mathbb{C}$ heisst *algebraisch über* \mathbb{Q} , falls es ein nicht-triviales Polynom $f(x) \in \mathbb{Q}[x]$ gibt mit $f(z) = 0$. Zeigen Sie, dass nicht alle reellen Zahlen algebraisch über \mathbb{Q} sind.

Aufgabe 13 (6 Punkte). Zeigen Sie, dass folgende Konstruktionen mit Zirkel und Lineal durchgeführt können:

- (a) die Dreiteilung einer gegebenen Strecke.
- (b) die Parallele zu einer gegebenen Gerade g durch einen Punkt P .
- (c) das reguläre Fünfeck.

Aufgabe 14 (3 Punkte). Der Satz von Mohr-Mascheroni besagt, dass jede geometrische Konstruktion, die mit Zirkel und Lineal durchgeführt werden kann, auch nur mit Hilfe eines Zirkels durchgeführt werden kann. Zeigen Sie folgenden Teil des Satzes von Mohr-Mascheroni:

Die beiden Schnittpunkte einer Gerade (gegeben durch zwei Punkte P, Q) und eines Kreises (gegeben durch dessen Mittelpunkt M und dessen Radius r) können alleine mit dem Zirkel aus P, Q, M, r konstruiert werden.

Aufgabe 15 (5 Punkte).

- (a) Sei n eine natürliche Zahl, die nicht durch 3 teilbar ist. Zeigen Sie, dass der Winkel $\frac{2\pi}{n}$ mit Zirkel und Lineal dreigeteilt werden kann.
- (b) Ein *markiertes Lineal* ist ein Lineal mit zwei beliebigen darauf markierten Punkten. Zeigen Sie, dass sich mit Hilfe von einem Zirkel und einem markierten Lineal jeder Winkel dreiteilen lässt.

Abgabe: Dienstag, 24.05.2015 um 16:15 in den entsprechenden Fächern