Prüfungsratschläge, ein Versuch, Version 2

Prüfungen waren schon immer ein schwieriges Kapitel, z.B. schrieb vor etwa 70 Jahren mein Bonner Kollege Toeplitz: *Es ist nicht schwierig, Prüfungsfragen zu stellen, die der Kandidat nicht beantworten kann. Das Kunststück besteht darin, herauszufinden, was er weiß, nicht, was er nicht weiß.* Und natürlich wird nicht bewertet, was der Kandidat weiß, sondern nur der Teil, den der Prüfer herausfindet. Dies können Sie dem Prüfer durch etwas Kooperation erleichtern: Ich habe häufig die Frage gestellt: *Können Sie mir einen Überblick geben über die Themen, über die Sie gut Bescheid wissen?* Und mein wichtigster Rat ist:

VERSCHAFFEN SIE SICH KLARHEIT DARÜBER, WAS SIE GUT KÖNNEN.

In vielen Prüfungen gibt es Situationen, in denen man auch ungefragt einfließen lassen kann, daß man über dieses oder jenes Thema (aus dem Umfeld des gerade behandelten) Auskunft geben könne – ich werde Ihnen gewiß keine derartige Initiative übelnehmen, auch falls ich sie nicht aufgreife. Ferner, sollten Sie etwas gefragt werden, was Sie nicht wissen, so macht es keinen schlechten Eindruck, wenn Sie formulieren können, was Sie nicht verstanden haben.

Mathematische Sätze haben ohne Kenntnis der Definitionen keinen Inhalt. Sicherlich wird niemand von Ihnen überrascht sein, daß ich die Definitionen von Ihnen erwarte. Es wird sich zeigen, ob ich für nötig halten muß, sie mir aufsagen zu lassen. Beispiele zu Definitionen sind immer gut. Aufgaben lasse ich mir höchstens vorrechnen, um die Klausurinformationen zu ergänzen; das passiert selten.

Prüfungen zur Linearen Algebra habe ich fast immer mit linearen Gleichungssystemen begonnen; zur Darstellung der Ergebnisse spielt der Begriff *linear un/abhängig* eine zentrale Rolle. Natürlich: Lineare Abbildungen, Basen, Matrizen; mit Beispielen. Skalarprodukte, symmetrische und orthogonale Endomorphismen. Normalformen, warum und wie. Äquivalenzrelationen und repräsentantenweise Definitionen, Sie kennen viele Beispiele. Determinanten, wozu und wie.
Die meisten Begründungen sind kurze Argumente mit linear un/abhängig. Beim ersten Lernen erkennt man nicht immer, wie viele Begründungen erstaunlich kurz sind; sobald Sie jedoch mit den Definitionen vertraut sind, insbesondere also im letzten Teil der Prüfungsvorbereitung, sollten Sie möglichst bewußt wahrnehmen, wie viel kürzer die Argumente im Vergleich zu meiner ersten Darstellung jetzt aussehen. Für längere Beweise reicht in Prüfungen die Zeit offensichtlich nicht, aber es macht einen guten Eindruck, wenn man *ungefähr* sagen kann, warum z.B. der Steinitzsche Austauschsatz richtig ist.

In der Analysis ist die Zahl der "wichtigen" Einzelheiten größer als in der aufs allgemeine ausgerichteten Linearen Algebra, Leibniz-Reihen, Funktionen mit $f'' + f = 0$, Taylorpolynome .... Trotzdem sollte man auch ein paar große Linien formulieren können:

* Der Begriff der Ableitung ist grundlegend für das meiste, was die Analysis über Funktionen aussagt (und da würde ich auch nach Beispielen fragen);

* der Begriff der Konvergenz ist grundlegend, um den rationalen Funktionen neue interessante Funktionen hinzufügen zu können (wie zum Beispiel?);
* für komplexe Funktionen kann man wiederholen, was man vorher für reelle Funktionen entwickelt hatte; Beweise über stetige Funktionen sind höherdimensional kaum anders als eindimensional;
* über Vollständigkeit braucht man nur bei den reellen Zahlen nachzudenken, in $\mathbb{R}^d$ geht dann alles ohne neue Anstrengungen;
* die gewöhnlichen Differentialgleichungen zeigen, wieviel Arbeit man mit Hilfe der Linearen Algebra sparen kann, wieviel Übersicht man gewinnen kann;
* trotz neuartiger Probleme am Anfang wird die mehrdimensionale Differenzierbarkeit der eindimensionalen sehr ähnlich, wenn man sich auf lineare Approximationen konzentriert.

Beachten Sie, daß die eher vielen Einzelheiten durch sehr wenige, sehr leistungsfähige Argumente zusammengehalten werden:

Mit dem Archimedes-Argument, der Majorisierung durch die geometrische Reihe,
dem Schrankensatz und der Vollständigkeit von $\mathbb{R}$ kommen Sie schon sehr weit.

Mir sind mathematische Argumente wichtig, weil Sie sonst nicht beurteilen können, was für Behauptungen richtig bleiben, wenn die Voraussetzungen ein klein bißchen anders sind als in gelernten Sätzen; reines Faktenlernen macht die Mathematik zu einem dornigen Dickicht, vermeiden Sie das. Die Prüfung ist ein Gespräch, in dem Sie Hilfe bekommen, wenn Sie stecken bleiben. Bei gleichen inhaltlichen Kenntnissen sind Ihre Erfolge um so besser, je genauer Sie Ihre Stärken kennen. Fürchten Sie sich nicht vor Ihren Lücken, versuchen Sie, Ihr Wissen auszubreiten.

Eine Prüfung dauert 30 Minuten. In dieser Zeit kann niemand alle hier erwähnten Fragen beantworten.

Herr Pardella hat nach Rücksprache mit anderen um Beantwortung weiterer Fragen gebeten.

Die grundsätzliche Frage: “Wie läuft eine Prüfung ab?” kann ich nicht so beantworten, daß sie von allen Studierenden gleich interpretiert wird. Die Prüfungen werden auch sehr verschieden sein wegen der Reaktion der Studierenden: Wer gerne etwas erzählen **will**, produziert allein dadurch einen anderen Verlauf, als jemand, der lieber nicht gefragt würde. – Sie können das Prüfungsthema nicht “bestimmen”, weil in der Prüfungszeit nur ein kleiner Teil des Stoffes gefragt wird, so daß die Prüfungen nicht immer aus denselben Fragen bestehen können. Andererseits möchte ich auch hören, wie Sie etwas erklären, was Sie gut können, dazu brauchen Sie eine gewisse Mitbestimmungsmöglichkeit.

Die Geometrie nach Pfingsten habe ich vorgetragen, weil vielen von Ihnen solche Grundkenntnisse nützlich sein werden. Ich prüfe das nur auf ausdrücklichen Wunsch. Solche

Wünsche sind möglich, weil ich nicht mehr gut zuhören kann, wenn ich dasselbe zu oft erzählt bekomme.

Ich würde gern sagen: Natürlich ist es mir wichtiger, daß Sie die Struktur eines Beweises schildern können, als daß Sie (alle) Details vorrechnen können. Aber was ist eine weniger wichtige Rechnung? Beim Beweis der Differentiationsregeln etwa macht man mit den linearen Approximationen "dasselbe" (Summe, Produkt, Komposition) wie mit den Funktionen, danach sammelt man die Fehlerterme. Diesen Satz können Sie ja sicher alle lernen, aber wie können Sie mich ohne irgendwelche "Rechnungen" davon überzeugen, daß Sie sich bei diesem Satz irgendetwas denken? Am besten ist, wenn Sie mit Teilen einer Rechnung suggerieren, daß Sie mit mehr Zeit den Rest auch könnten. Die Mathematik gehört wegen der Argumentation, nicht wegen Rechnungen, zu Ihrer Ausbildung. Aber so viel Rechnung, wie zur Erläuterung einer Argumentation gehört, ist doch nötig, oder? Nicht zum Runterbeten; vermeiden Sie, Sätze zu sagen, bei denen klar ist, daß Sie sich nichts dabei denken, ich zweifele dann an Ihrer Selbstkritik. (Und kein Argument funktioniert ohne die Definitionen seiner Begriffe.)

Natürlich müssen die, die jetzt nicht kommen, noch ihre Prüfung machen können. Aber das ist auch für mich eine Strapaze. Können Sie eine Liste herstellen, aus der ich sehen kann, wie viele am Ende des WS prüfungsbereit sind (nur Hörer meiner Vorlesung natürlich)? – Das geht NICHT per e-mail an mich!