

Mathematik für Geowissenschaftler
Übungsblatt 12

Übungsaufgabe 1 (4 Punkte):

Sei $D \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall und $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Es seien $a, b, c \in D$. Zeigen Sie

$$\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$$

sowie

$$\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx.$$

Hinweis: Wählen Sie eine Stammfunktion von $f(x)$ und berechnen Sie die Integrale mittels dieser Stammfunktion.

Übungsaufgabe 2 (4 Punkte):

Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-2}^5 |x - 2|dx.$$

Hinweis: Benutzen Sie Übungsaufgabe 1.

Übungsaufgabe 3 (4 Punkte):

Zeigen Sie, dass die Funktion $y(t) = \sqrt{t+a}$ mit $a \in \mathbb{R}$ eine Lösung der Differentialgleichung

$$\dot{y}(t) = \frac{1}{2y(t)}$$

ist. Sei $t_0 = 1$ und $y_0 = 2$. Bestimmen Sie die eindeutige Lösung der obigen Differentialgleichung zu diesen Anfangswerten.

Übungsaufgabe 4 (4 Punkte):

Sei $y_0 \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die (eindeutige) Lösung $y(t)$ der Differentialgleichung

$$\dot{y}(t) = t \cdot y(t)$$

mit $y(0) = y_0$.

Hinweis: Eine Differentialgleichung der Form $\dot{y}(t) = y(t)f(t)$ besitzt die Lösung $y(t) = a \exp(F(t))$, wobei $F(t)$ eine Stammfunktion der (als stetig angenommenen) Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist.

Einzureichen in der Übungsgruppe am Dienstag, 21. Januar 2020.